

L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA AI SOGGETTI IN DIFFICOLTÀ

1 - Le difficoltà nei riguardi della matematica.

La questione della quale intendo occuparmi può essere ovviamente affrontata da molti punti di vista. Infatti mi pare di poter dire che questa materia di insegnamento, che prende tanto posto nei programmi delle scuole di ogni ordine e grado, presenta delle caratteristiche molto specifiche, le quali generano delle particolari problematiche nella didattica, e provocano anche delle difficoltà di apprendimento di vario tipo.

Pertanto il mio intervento cercherò di chiarire due questioni che a me appaiono fondamentali, anche se possono essere giudicate, da un certo punto di vista, come abbastanza banali.

La prima questione riguarderà quelli che si possono considerare i caratteri fondanti del pensiero matematico. La seconda riguarderà le difficoltà specifiche della didattica e dell'apprendimento della matematica, intesa come materia di studio e di insegnamento.

2 - Aspetti peculiari del pensiero matematico.

Inizio con la prima questione, e precisamente con il tentativo di precisare alcuni aspetti caratteristici del pensiero matematico.

Non presumo di definire che cosa sia la matematica; il problema si presenta infatti come molto difficile, soprattutto oggi, cioè in un'epoca storica in cui la matematica ha assunto uno sviluppo spettacolare ed un'importanza sempre più grande e vistosa nella compagine delle scienze. Mi limiterò quindi ad alcuni aspetti del pensiero matematico, aspetti che forse non sempre vengono presi nella giusta considerazione; in forza di ciò che ho detto poco fa, le mie riflessioni avranno un tono di genericità che tuttavia non diminuirà (spero) il loro significato.

Guardando all'evoluzione storica che ha portato la matematica al suo assetto attuale mi pare di poter rilevare due caratteristiche che mi sembrano molto importanti: la prima potrebbe essere enunciata dicendo che il pensiero matematico tende ad essere sempre più astratto e quindi distante dalla realtà sperimentale; la seconda potrebbe essere presentata dicendo che il pensiero matematico tende ad essere comunicato e trasmesso in modo sempre più convenzionale ed artificiale. Entrambi questi caratteri non sono apparsi sulla scena della storia della matematica come invenzioni di spiriti originali e in qualche misura particolari, ma sono stati, in certo modo, dei prodotti di una evoluzione storica quasi necessaria. Questi caratteri fondano anche certe particolari difficoltà nella didattica e nella comprensione ed assimilazione del pensiero matematico. E per queste ragioni ritengo che, proprio in questa sede, sia utile un breve riflessione su questi argomenti.

3 - L'astrazione.

Ho detto poco fa che uno dei caratteri del pensiero matematico è la distanza dalla realtà materiale concreta; questo fatto viene abitualmente presentato dicendo che una delle caratteristiche del pensiero matematico è la sua grande astrazione. Ritengo che occorra intendersi su questo aspetto della questione, perché vorrei osservare che dicendo che il pensiero matematico, astratto e distante dalla realtà materiale non si vuole con questo dire che le costruzioni concettuali della matematica siano cervelotiche, incoerenti, arbitrarie ed inconcludenti. Vorrei infatti osservare che una delle caratteristiche dei grandi matematici è sempre stata, ed è ancora, una grande capacità della fantasia creativa, per molti aspetti analoga alla fantasia creatrice dei poeti. Ma la profonda differenza tra la creazione matematica e quella poetica mi sembra essere situata nella circostanza che la poesia ha il compito di comunicare emozioni e di suscitare, in modo totalmente libero da qualunque controllo

della ragione. Il matematico invece, nelle sue creazioni, ha sempre un punto di partenza che è la realtà sperimentale, ed un controllo finale, che è dato dalla necessaria coerenza logica degli sviluppi del suo pensiero.

Tuttavia occorre ricordare che, in ogni caso, il pensiero matematico parte dalla realtà sperimentale, ma necessariamente se ne distacca, con un'operazione di astrazione e di idealizzazione che è condizione in certo senso necessaria per la generalità e la profondità della costruzione concettuale, per la sua efficacia nella rappresentazione della realtà e delle sue leggi, e quindi anche per la validità delle previsioni sui risultati delle nostre azioni e manipolazioni. Queste circostanze presentano delle difficoltà notevoli per chi prova delle particolari fatiche per l'apprendimento; e quindi richiede l'impiego di opportune strategie didattiche per chi deve insegnare.

Le difficoltà in questo campo sono ulteriormente aggravate da certe incomprensioni del pensiero matematico, incomprensioni sulle quali ritornerò nel seguito.

4 - La simbolizzazione

Un secondo aspetto fondamentale del pensiero matematico è rappresentato, a mio parere, dalla simbolizzazione che è in qualche modo una caratteristica di questa dottrina.

Infatti l'evoluzione storica della matematica ci mostra che il progresso di questa dottrina è stato accompagnato da una crescita imponente del simbolismo. Si potrebbe dire che un aspetto importante della matematica di oggi è proprio quello che la assimila ad un linguaggio. Un linguaggio che per molti soggetti (anche altrimenti dotati intellettualmente) presenta certe particolari difficoltà di apprendimento, perché è un linguaggio convenzionale e governato da una sintassi rigidissima. Tutti sanno infatti che è possibile comunicare dei pensieri col linguaggio comune, anche senza rispettare le regole della grammatica e della sintassi; ma in una espressione matematica la presenza anche di un solo simbolo sbagliato o male impiegato può togliere senso alla espressione, o falsare completamente il suo senso.

Questa sintassi rigidissima del linguaggio matematico è uno dei fondamenti della sua utilità nell'impiego scientifico, e permette la deduzione certa, ma mette spesso in difficoltà gli utenti; infatti si potrebbe dire che l'impiego del linguaggio matematico richiede un continuo lavoro di codificazione e di decodificazione; lavoro che non sempre è gradito e spesso risulta ostico e frustrante.

Consegue di qui che spesso l'azione didattica si concentra sulla manovra impeccabile del formalismo: molti libri di matematica delle scuole medie superiori contengono decine e decine di pagine di esercizi, alcuni dei quali di inutile complicazione; la giustificazione che si ascolta spesso consiste nell'affermare che tali esercizi sono necessari, perché l'impiego di un linguaggio richiede in qualche misura anche l'addestramento; ma non si può ridurre l'insegnamento ad un addestramento, e soprattutto mi pare pericoloso ridurre il giudizio sull'apprendimento alla verifica del possesso di strumenti formali. Tuttavia ciò costituisce spesso una tentazione grave, in cui cadono gli operatori della didattica, con un atteggiamento che allontana molti dalla matematica, per antipatia verso i linguaggi artificiali, e quindi difficoltà nel loro impiego; e in definitiva ciò finisce per dare una immagine distorta e spesso completamente falsa della matematica.

La cosa si può constatare facilmente anche quando si analizzano certi esami a domande (chiamati "tests"), diretti a valutare le capacità dei soggetti; dall'esame delle domande formulate con l'intenzione di mettere in evidenza le capacità matematiche spesso si è portati a concludere che gli estensori dei tests hanno della matematica un'idea molto limitata, per non dire addirittura distorta; idea che probabilmente è stata loro inculcata da un insegnamento della scuola secondaria superiore che riduceva la matematica all'impiego, spesso quasi funambolico, di un linguaggio misterioso, complicato e difficile.

Le difficoltà di cui abbiamo parlato sono presenti quasi necessariamente nella matematica e nel suo insegnamento; ma esse sono state ulteriormente aggravate da certe mode didattiche, conseguenti a determinate correnti di pensiero che hanno ispirato anche l'azione didattica a tutti i livelli di sviluppo mentale. A mio parere queste mode didattiche hanno la loro origine in un equivoco

abbastanza grave: tale equivoco consiste nel pretendere che l'apprendimento, e quindi l'azione didattica seguano la gerarchia logica tra le idee messa in luce dalle analisi recenti sui fondamenti della matematica. Come se i concetti più generali ed astratti fossero quelli di cui l'allievo si appropria più facilmente, giungendo così alla costruzione di un sistema concettuale che parte dai primi principi e costruisce via via le strutture più complicate. Questo atteggiamento ha condotto alla introduzione della cosiddetta "Insiemistica" nei programmi delle scuole elementari, ed alla emarginazione della geometria dall'insegnamento della matematica, in tutti i livelli di scuola.

5 - L'immaginazione e la fantasia.

Ho detto poco fa della emarginazione della geometria nella pratica didattica. Si tratta, come ho detto, di una conseguenza di una certa concezione della matematica e del suo apprendimento; conseguenza che a me sembra molto grave. Mi pare infatti che si possa accettare l'insegnamento della Storia, la quale ci dice che il primo trattato di matematica che la nostra Storia conosca (il meraviglioso trattato degli "Elementi" di Euclide) ha contenuti prevalentemente geometrici; Hans Freudenthal, in un suo libro che ho tradotto recentemente, ha osservato che la geometria offre un contesto ricco per la matematizzazione, e quindi costituisce una occasione unica perché si realizzi quell'apprendimento che egli qualifica come "reinvenzione guidata"; un apprendimento quindi che è una appropriazione dei concetti e delle procedure, e quindi non si fonda sulla pura memorizzazione delle cose.

E del resto i contenuti geometrici hanno sempre ispirato la ricerca matematica; vorrei citare a questo proposito il discorso che Henri Poincaré, fece al Congresso mondiale dei matematici, che si tenne a Parigi nel 1900.

In questo discorso, tra l'altro Poincaré, fa una sommaria analisi delle procedure adottate dai grandi matematici nella ricerca; ed in questa analisi traccia una specie di ritratto psicologici di questi soggetti, mettendo in evidenza l'esistenza di due grandi classi, che si potrebbero presentare parlando di "analisti" e di "geometri"; cioè dei grandi matematici che partirono dagli sviluppi formali ed algoritmici e di quelli che partirono alle intuizioni geometriche, ispirate dalle esperienze spaziali.

Pare a me che queste osservazioni possano essere applicate anche a livelli intellettuali inferiori a quelli dei soggetti considerati da Poincaré. Se non altro, le considerazioni di Poincaré ci possono confermare il fatto che possano esistere varie configurazioni mentali, ed in particolare che esistono vari tipi di atteggiamenti nei riguardi della matematica.

La pretesa di ricercare una sorta di rigore formale fin dall'inizio dell'opera didattica, ed un livello di astrazione troppo alto rispetto al vissuto dei soggetti conduce anche in questo caso a reazioni di rigetto, ed magari anche allo spreco di energie intellettuali.

Vorrei infine osservare che la geometria offre molte occasioni di allenare i soggetti alla progettualità, ed alla programmazione di successioni di operazioni logicamente gerarchizzate e dirette ad un fine; operazioni che possono avere dei contenuti relativamente facili da immaginare. Pertanto convengo completamente con l'opinione di Freudenthal (che ho citato poco fa) il quale afferma che l'emarginazione della geometria razionale classica nell'insegnamento della matematica nelle scuole dell'Occidente è stata un grave errore storico.

6 - I problemi didattici.

Dopo la breve e sommaria analisi che ho svolto finora penso che sia il momento di dire qualche cosa a proposito delle possibili strade che si possono percorrere per aiutare i soggetti in difficoltà.

Ma pare che sia questo un problema che attira l'attenzione dei ricercatori ogni giorno di più; e ritengo che si tratti di un argomento che merita l'attenzione degli operatori della scuola e degli esperti di psicologia e di igiene mentale. Pare ragionevole pensare che l'avvio alla soluzione dei problemi, gravi e numerosi, posti dalla presenza nelle scuole di alunni in difficoltà si possa ottenere in modo efficace con una collaborazione interdisciplinare. Infatti una collaborazione cosiffatta è chiaramente sempre efficace quando si tratti di

questioni riguardanti la scuola e l'aiuto dei soggetti in età infantile o adolescenziale; ma essa diventa, vorrei dire, necessaria, quando si tratti di aiutare dei soggetti che, per varie ragioni, incontrano difficoltà ad inserirsi nella scuola o ad appropriarsi delle materie curriculari.

E qui penso che il termine "appropriarsi" sia particolarmente adatto nel caso della matematica, perché l'insegnamento che si degrada ad addestramento rischia di avere effetti particolarmente devastanti nel caso di soggetti in difficoltà. Ho cercato di far vedere che la matematica ha suoi problemi particolari e specifici i quali, a mio parere, debbono essere affrontati con strategie particolari e specifiche. Altrimenti si rischia di falsare il significato dell'insegnamento della matematica e di perdere tutto il valore formativo che esso può avere.

Occorre quindi porsi di fronte a problemi didattici particolarmente difficili, per evitare un addestramento frustrante, senza cedere al rischio di snaturare completamente la materia, e quindi di compiere delle fatiche completamente inutili; a questo proposito ricordo ciò che scrive Stella Baruk, la quale afferma, giustamente a mio parere, che la matematica è la sola scienza che non può essere volgarizzata; ovviamente in modo rigoroso e sensato. Occorre pertanto coniugare il rigore e la precisione con l'appello all'esperienza concreta ed alla intuizione guidata. E ciò pone dei pesanti problemi didattici.

Altre difficoltà sono poste dalla struttura del nostro ordinamento scolastico e dalle caratteristiche dei nostri curricula; per fare un esempio, mi pare chiaro che se alla prova scritta di maturità scientifica, anno dopo anno, il testo ufficiale delle prove è sempre dello stesso tipo, diventa forte negli insegnanti la tentazione di addestrare a certi tipi di risposte, facendo memorizzare formule e procedure senza tanto preoccuparsi che siano motivate e comprese nella loro struttura logica.

In questo modo quindi l'autorità amministrativa condiziona, da lontano ma molto efficacemente, anche la didattica e soprattutto la manualistica; ho già accennato a libri che presentano decine e decine di esercizi puramente addestrativi, contribuendo così in modo sostanziale a falsare la fisionomia della matematica. Ma i loro autori si scusano dicendo che il tipo di esami che gli studenti dovranno affrontare richiede questo tipo di preparazione.

A questo punto sarebbe difficile proporre uno schema preciso e completo di interventi per ovviare alle difficoltà incontrate dagli studenti nelle scuole secondarie superiori nel campo della matematica; mi limiterò quindi ad enunciare alcuni desideri, pur rendendomi conto che ben difficilmente essi potranno essere esauditi, anche solo in parte.

Un primo desiderio è che i programmi di matematica per le nostre scuole siano robustamente potati e sfrondatai. Ovviamente questo mio desiderio consegue alla immagine che io mi sono fatto della matematica e del suo significato culturale e del suo valore formativo a tutti i livelli di sviluppo mentale.

Ma mi rendo ben conto che molti tra i matematici che hanno influenza sulle autorità che formulano i programmi saranno contrari a questo mio desiderio. Tuttavia io persisto nel pensare che la potatura dei programmi possa togliere agli insegnanti l'assillo della preparazione, a conferire ad ogni costo certe abilità, e possa invece indurli ad insistere sull'aspetto formativo del pensiero matematico. In questa mia opinione mi conforta il pensiero di essere d'accordo con una personalità che mi supera di molto per autorevolezza accademica e per statura intellettuale: intendo parlare del compianto Bruno de Finetti, che ha sempre manifestato delle idee di questo tipo.

Un secondo desiderio è che la geometria razionale riacquisti il posto che ha sempre avuto nelle nostre scuole, prima dell'invadenza delle mode didattiche di cui ho detto.

Un terzo desiderio è che si possa dar luogo ad una utilizzazione intelligente dei nuovi mezzi di elaborazione di informazione e di calcolo, per diminuire la necessità di esercizi puramente formali, in modo da poter puntare sulle strutture logicamente importanti; ho detto utilizzazione intelligente, perché temo il pericolo che questi mezzi siano oggetti di culto feticistico, pericolo che purtroppo vedo avvicinarsi da molte parti.

In questo campo ritengo che si possa fare molto, senza preclusioni verso il nuovo ma anche senza eccessivi entusiasmi.

Infine penso che un aiuto efficace ai soggetti in difficoltà possa essere ottenuto con itinerari didattici personalizzati; studiati tenendo conto degli interessi dei soggetti e delle loro fisionomie intellettuali; ciò non dovrebbe

significare rinuncia alla conoscenza dei contenuti fondamentali ed al possesso dei pilastri principali che sostengono l'edificio del pensiero matematico; ma vorrebbe invece significare il tener conto della esistenza di vari tipi di intelligenza, per poter sfruttare a fondo le loro possibilità.

Torino, 14 ott. 1994.