

Università Cattolica del S. Cuore. Sede di Brescia. Facoltà di scienze matematiche fisiche e naturali. Anno accademico 1979-80.

Corso di: MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE.

Cap. I - Sistemi di circonferenze nel piano. Trattazione elementare ed analitica. Proiezione stereografica della sfera; sue proprietà fondamentali. Rappresentazione delle circonferenze del piano e dei loro sistemi con la proiezione stereografica della sfera. Inversione circolare nel piano ottenuta con due proiezioni stereografiche della sfera; sue proprietà fondamentali. Impiego della inversione circolare nella risoluzione dei problemi di geometria elementare. BIBLIOGRAFIA: [1,b], [3,c,d].

Cap. II - Classi di grandezze assolute, continue, archimedee. Assiomatizzazione del concetto di grandezza. Rapporto di due grandezze. Rappresentazione dei reali in base 2; misura delle grandezze. Cenno sulla costruzione del campo reale a partire dai reali assoluti. Continuità e suo significato. BIBLIOGRAFIA: [3,b], [2]

Cap. III - Polinomi in una indeterminata; algoritmo euclideo per la ricerca del M.C.D. Polinomi primi in un campo  $K$ . Campo dei resti di  $K[x]$  rispetto ad un polinomio primo in  $K$ . Equazioni di 2° grado; ampliamento euclideo di un campo. Problemi classici della geometria. BIBLIOGRAFIA: [1,a], [3,e,f,g]

Cap. IV - Relazioni di equivalenza tra gli elementi di un insieme. Insieme quoziente di uno dato, rispetto ad una data relazione di equivalenza. Cenno sulla costruzione dei razionali a partire dagli interi. Relazione di equivalenza determinata da un gruppo di trasformazioni di un insieme su se stesso. BIBLIOGRAFIA:[3,a]

Cap. V - Assiomatica dei fondamenti della geometria secondo D. Hilbert. I cinque gruppi di assiomi di Hilbert e i problemi logici e didattici della geometria. BIBLIOGRAFIA: [4].

#### BIBLIOGRAFIA

[1] - L. Berzolari, G. Vivanti, D. Gigli. Enciclopedia delle matematiche elementari Milano, 1932.

a) Vol. I - Parte 2. Art. XIII - O. Nicoletti. Funzioni razionali di una o più variabili.

b) Vol. II - Parte 1. Art. XXVII - B. Colombo. Sistemi lineari di cerchi e sfere.

c) Vol. II - Parte 1. Art. XXIX - A. Agostini. I problemi geometrici elementari e i problemi classici.

[2] - G. Burali-Forti. Logica matematica. Milano (Hoepli).

[3] - F. Enriques. Questioni riguardanti le matematiche elementari. Bologna, 1923.

a) Parte I. Vol. I. Art. III - A. Guarducci. Della congruenza e del movimento.

b) Parte I. Vol. I. Art. V - G. Vitali. Sulle applicazioni del postulato di continuità nella geometria elementare.

c) Parte II. Art. XIV - E. Daniele. Sulla risoluzione dei problemi geometrici col compasso.

d) Parte II. Art. XIII - B. Sabbatini. Sui metodi elementari per la

risoluzione dei problemi geometrici.

e) Parte II. Art. XV - A. Giacomini. Sulla risoluzione dei problemi geometrici colla riga e cogli strumenti lineari: contributo della geometria proiettiva.

f) Parte II. Art. XVI - G. Castelnuovo. Sulla risoluzione dei problemi geometrici cogli strumenti elementari: contributo della geometria analitica.

g) Parte II. Art. XIX - A. Conte. Problemi di 3° grado: duplicazione del cubo. Trisezione dell'angolo.

[4]- D. Hilbert. Die Grundlagen der Geometrie. Tradotto in italiano da P. Canetta col titolo: Fondamenti di geometria. Milano, 1970.

Corso di "MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE".

1 - Assiomatizzazione del concetto di grandezza continua, archimedeo, assoluta. Misura. Proporzionalità. Cenni sulla costruzione dei reali assoluti e del campo reale.

2 - Relazioni di equivalenza tra coppie di elementi di un insieme. Classi di equivalenza ed insieme quoziente. Cenni sulla costruzione dei razionali a partire dagli interi, e sulla costruzione degli interi a partire dai naturali. Gruppi di trasformazioni di un insieme su se stesso. Relazioni di equivalenza fondate su un gruppo di trasformazioni. Esempi.

3 - Assiomatica dei fondamenti della geometria secondo D. Hilbert. I cinque gruppi di assiomi; questioni di indipendenza e di compatibilità Didattica dell'insegnamento della geometria.

4 - Anello dei polinomi su un campo  $K$ . Risultante di due polinomi. Polinomi primi; congruenza rispetto ad un polinomio primo. Anello dei resti; campo dedotto dall'anello dei resti rispetto ad un polinomio primo. Esempio: costruzione del campo complesso a partire dal campo reale. Problemi classici della geometria. Estensioni quadratiche di un campo; costruzioni geometriche eseguite con strumenti elementari.

5 - Equazioni di 3° e 4° grado. Discussione ed interpretazione geometrica. Funzioni simmetriche delle radici di un'equazione. Teorema di Gauss. Risolvente cubica della equazione di 4° grado; casi di risolubilità elementare della equazione di 4° grado ed interpretazione geometrica. Equazioni dei poligoni regolari.

6 - Movimenti rigidi della sfera su se stessa; composizione di due movimenti. Gruppi finiti di movimenti rigidi della sfera e poliedri regolari. Isomorfismi con particolari gruppi di sostituzioni. Applicazione alla risoluzione delle equazioni di 3° e di 4° grado.

7 - Sistemi di circonferenze nel piano. Trattazione elementare ed analisi dei problemi in coordinate cartesiane. Proiezione stereografica della sfera e sue proprietà. Inversione circolare e le sue applicazioni alla risoluzione di problemi di geometria elementare.

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL S. CUORE. FACOLTÀ DI SCIENZE.

PROGRAMMA DEL CORSO DI "MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE" SVOLTO NELL'ANNO ACCADEMICO 1981-82.

1 - Assiomatica del concetto di "grandezza". Il numero razionale come operatore su una classe di grandezze omogenee. Applicazione alla matematica elementare. Questioni didattiche. Relazioni di equivalenza in un insieme ed insieme quoziente; relazione di equivalenza fondata su un gruppo di trasformazioni di un insieme su se stesso.

2.- Anello  $K[x]$  dei polinomi in una indeterminata su un campo  $K$  a caratteristica zero. Massimo comune divisore di due polinomi ed algoritmo euclideo delle divisioni successive. Congruenza rispetto ad un modulo ed anello dei resti. Polinomi primi in un campo. Estensione di un campo numerico. Applicazioni alla geometria elementare; costruzioni con strumenti elementari e problemi classici della geometria.

3 - Formule di Newton-Girard. Funzioni simmetriche elementari. Teorema fondamentale sulle funzioni simmetriche. Equazioni di III e IV grado. Risolventi; interpretazione geometrica.

4 - Assiomatica dei fondamenti di geometria secondo D. Hilbert.

5 - Elementi di geometria non euclidea. Assioma euclideo della parallela ed assiomi equivalenti. Somma degli angoli di un triangolo. Angolo di parallelismo e somma degli angoli di un triangolo. Cicli, oricicli, ipercicli.

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL S. CUORE. FACOLTÀ DI SCIENZE.

PROGRAMMA DEL CORSO DI "MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE". Anno Accademico 1982-83.

1 - Elementi di geometria proiettiva. Elementi impropri dello spazio; forme geometriche fondamentali di prima, seconda e terza specie. Dualità nello spazio e nel piano. Birapporto di quattro elementi di una forma di prima specie; proiettività tra forme di prima specie. Teorema fondamentale. Proiettività tra forme di prima specie sovrapposte; involuzione. Teorema del quadrangolo e del quadrilatero. Omologia sul piano. Coniche come luoghi omologici della circonferenza. Teorema di Steiner. Polarità rispetto ad una conica. Proprietà diametrali focali. Applicazione alla geometria elementare. Cenni sulle omografie e sulle correlazioni tra forme geometriche di seconda e di terza specie.

2 - Assiomatica del concetto di "grandezza". Il numero razionale come operatore su una classe di grandezze. Il numero reale. Applicazione alla matematica elementare. Questioni didattiche. Relazioni di equivalenza in un insieme ed insieme quoziente. Relazione di equivalenza fondata su un gruppo di trasformazioni di un insieme su se stesso.

3 - Anello dei polinomi in una indeterminata su un campo a caratteristica zero. Massimo comune divisore di due polinomi ed algoritmo euclideo delle divisioni successive. Congruenza rispetto ad un modulo ed anello dei resti. Polinomi primi in un campo. Estensione di un campo numerico. Applicazione alla geometria elementare; costruzioni con riga e compasso e problemi classici della geometria.