

31 MAR. 1996

Carlo Felice Manara.

L'apporto dei geometri italiani alla teoria della relatività. Manerbio. Liceo "Blaise Pascal. 02 aprile 1996.

Traccia dell'intervento.

PRIMA PARTE. Le radici remote della geometria.

-L'impostazione classica della geometria: si enunciano senza dimostrazione le cose che "si vedono", e si dimostrano rigorosamente quelle che "non si vedono subito".

-Differenza, in Euclide, delle "nozioni comuni" dai "postulati". Il ruolo della immaginazione nella costruzione degli oggetti mentali della geometria.

-Lo strumento della deduzione, nella geometria classica, è la logica aristotelica, che si avvale delle abituali argomentazioni sillogistiche. Cartesio [René Descartes, 1596-1650] introduce sostanzialmente altri strumenti deduttivi: le leggi sintattiche dell'algebra. Tuttavia nella "Géométrie" di Descartes, e poi nella manualistica corrente, le coordinate nascono e vengono interpretate come misure di lunghezze di segmenti. Pertanto la struttura euclidea dell'ambiente viene presupposta come valida: per esempio la distanza tra due punti viene ovviamente calcolata a norma del teorema di Pitagora. Ed ancora oggi capita di leggere ed ascoltare che la formula che dà la distanza di due punti in uno spazio euclideo ad n dimensioni (con $n > 3$) è giustificata da un preteso "teorema di Pitagora nell'iperspazio". Si tratta invece di una convenzione; semplice, ragionevole, ma sempre convenzione.

SECONDA PARTE. L'apporto del calcolo infinitesimale alla evoluzione del pensiero geometrico

-La nascita e la crescita dei metodi del calcolo infinitesimale influiscono in modo fondamentale sulla impostazione delle dottrine geometriche.

-Leonhard EULER [nome latinizzato in Eulerus, Eulero in italiano. 1707-1783]. Esegue l'analisi delle curvature delle sezioni piane di una superficie in un suo punto.

-Karl Friedrich GAUSS [1777-1855]. L'opera di Gauss appare importante perché a lui si deve l'impiego metodico delle coordinate curvilinee (dette poi "Parametri gaussiani") su una superficie. Si veniva così a staccare il concetto di coordinata dalla struttura dello spazio ambiente e dalle operazioni di misura classiche che davano i valori dei parametri cartesiani. Le coordinate acquistavano così un aspetto di convenzioni di rappresentazione degli enti geometrici, indipendentemente dal loro significato. Tuttavia il fatto che le coordinate potessero anche essere non rettilinee si presenta già nel caso delle

coordinate geografiche (latitudine e longitudine); ed è naturale che la distanza tra due punti della superficie terrestre sia misurata "sulla superficie" stessa, e non sia definita come distanza euclidea nello spazio tridimensionale in cui la Terra è immersa.

Tuttavia in Gauss la struttura dello spazio di immersione ha ancora una importanza fondamentale, perché la metrica della superficie è determinata dalla sua immersione nello spazio euclideo. Gauss sa che in un triangolo non euclideo la somma degli angoli interni non è uguale a due retti, e che la differenza è proporzionale all'area del triangolo stesso. Tuttavia nel progetto della scelta tra geometria euclidea e le non euclidee, ottenuta con la misura degli angoli di un triangolo astronomico, c'è ancora, sottostante, la concezione dello spazio euclideo che fa da sostegno e da pietra di paragone per la misura degli angoli. Infatti nel progetto gaussiano non sono le rette dello spazio, ma i raggi di luce quelli che costituiscono i lati del triangolo: nessun oggetto fisico può dare la incarnazione della struttura teorica sottostante; ma anzi questa deve servire per descrivere e conoscere l'oggetto fisico. Gauss definisce la "curvatura totale" di una superficie in un suo punto e dimostra che questa quantità è invariante per flessione [Theorema egregium].

-Georg Friedrich Bernhard RIEMANN [1826-1866]. In Riemann troviamo veramente il nuovo, cioè costruzione di una dottrina, e la sostanziale natura di ipotesi che viene data ai principi della geometria: "Über die Hypothesen welche der Geometrie zugrunde liegen" [Pubblicata postuma]. È da osservarsi che l'impiego metodico dell'analisi matematica nella descrizione degli oggetti geometrici era cominciato soltanto dall'epoca di Eulero, ed era stato reso possibile dai progressi dell'analisi matematica.

-Christian Felix KLEIN [1849-1925]. Nella celebre dissertazione abitualmente richiamata col nome di "Programma di Erlangen" [Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen, 1872] Klein sviluppa il concetto della geometria intesa come studio delle proprietà delle figure che sono invarianti per un gruppo di trasformazioni

TERZA PARTE. I geometri italiani.

-Eugenio BELTRAMI [1835-1899]. Il matematico cremonese aveva incontrato Riemann a Pisa ed aveva recepito le idee di quel grande sui fondamenti della geometria. Il suo "parametro differenziale" inaugura una concezione che sarà sviluppata da Levi-Civita: quella di invarianza della forma matematica di una legge, di fronte ai cambiamenti di convenzioni di rappresentazione (qui l'aggancio con la relatività è evidente). Beltrami dimostra la compatibilità logica delle geometrie non-euclidee; inoltre egli va ricordato per la valorizzazione dell'opera di Girolamo SACCHERI [1667-1733], opera di cui aveva scoperto un esemplare a Pavia [Euclides ab omni naevo vindicatus, 1733].

-Gregorio RICCI CURBASTRO [1855-1925]. Inizia la esplicita ricerca metodica del significato invariante delle espressioni analitiche di fronte alle trasformazioni di un certo gruppo.

-Tullio LEVI CIVITA [1873-1941]. Proseguendo il lavoro di Ricci Curbastro, suo maestro, introduce il concetto di connessione, e quello di parallelismo [secondo Levi Civita, appunto]; concetti che vengono messi alla base della costruzione della geometria. Inoltre Levi Civita sviluppa tutto un simbolismo convenzionale [il "Calcolo differenziale assoluto"], che servirà per la presentazione della Teoria della Relatività generale, ed in particolare della teoria della gravitazione.

OSSERVAZIONE. Ovviamente molta parte di questa evoluzione scientifica dipende dai progressi dell'analisi matematica e del suo formalismo; ma le idee fondamentali sulla costruzione di una dottrina coerente delle nostre esperienze sugli oggetti estesi (vorrei evitare di parlare di "esperienze spaziali") sono, in linea di principio, indipendenti dal linguaggio che si adotta; anche se il linguaggio ha importanza basilare nello sviluppo delle idee.