

I.P.E. Istituto per ricerche e attività educative. Napoli.

Incontro su "CAUSALITÀ NELLA SCIENZA". 9 - 10 maggio 1986.

Carlo Felice Manara.

LA MATEMATICA.

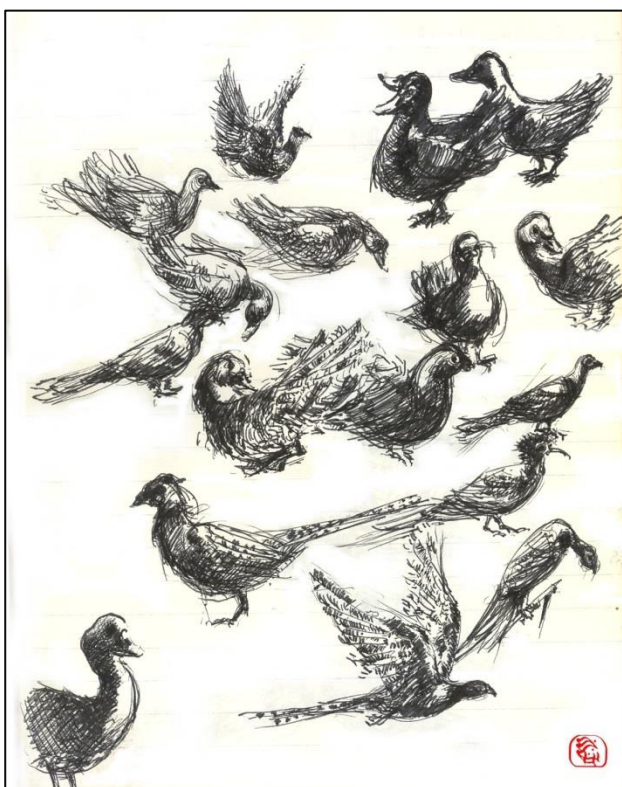
1 – Ad un'analisi un po' frettolosa e superficiale, l'inclusione della Matematica in una serie di contributi riguardanti il concetto di causa potrebbe forse apparire poco pertinente. Invero la Matematica è considerata dai più come una dottrina astratta e strettamente teorica, che trae il proprio rigore e le proprie certezze esattamente da questo suo distacco dalla realtà, quale che sia la natura di questa: la Natura oppure la società umana o la Storia. Un atteggiamento di questo tipo è forse motivato da una concezione dell'idea di causa che ne limita la portata agli ambiti di quelle che, nella concezione classica, erano denominate ed enumerate come "*cause efficienti*". Si tratta pertanto di una visione del concetto di causa che è abbastanza tipica della concezione meccanicistica del mondo.

Se invece si medita sull'analisi del concetto di causa che si incontra per esempio nella *Summa Theologica* [Pars secunda secundae - Quaestio XXVII art. 3], ci si convince facilmente dell'opportunità di coinvolgere la Matematica in una discussione sul concetto di causa nella scienza. Infatti ci pare propria della Matematica la ricerca del collegamento rigoroso di ogni proposizione dimostrata con i suoi principi. Pertanto la Matematica, in questo senso e con le proprie tecniche, spiega perfettamente la natura degli enti di cui tratta; essa rientra quindi a pieno titolo nel novero delle scienze, beninteso qualora si accetti l'idea che la scienza è una conoscenza che mira a possedere due fondamentali caratteri: quello di essere una conoscenza *certa*, e quello di essere una conoscenza *fondata*, motivata, cioè una conoscenza in cui si cerca di spiegare i fenomeni che noi possiamo osservare, con la natura degli enti che fondano questi fenomeni. A nostro parere è di fondamentale importanza insistere su questi aspetti della conoscenza scientifica, che vorremmo distinguere qui nettamente dal puro accumulo di informazioni. Ci pare infatti utile ricordare qui che conoscere è qualche cosa di diverso dall'assumere delle informazioni, proprio in un'epoca in cui la elaborazione e la gestione dell'informazione pare sia diventato il fatto più importante della vita, del singolo e della società; e quindi in un'epoca in cui si manifestano tendenze volte a far assumere all'insegnamento il carattere di un puro addestramento all'impiego delle macchine elaboratrici dell'informazione.

Tuttavia vorremmo anche ricordare che un atteggiamento così ottuso non è neppure una novità: la Storia infatti ci dice che già Proclo, il celebre filosofo dell'età alessandrina, storico della filosofia e della Matematica, polemizzava con gli Epicurei, che deridevano i matematici, i quali dimostrano che un lato di un triangolo ha lunghezza minore della somma delle lunghezze degli altri due; dicevano gli Epicurei che si tratta di una dimostrazione inutile, perché anche un somaro, se deve andare ad un mucchio di fieno, percorre il segmento di retta, cioè il cammino più breve, senza bisogno di dimostrazioni. Ribatteva Proclo che proprio in questo sta la differenza tra la conoscenza del somaro e quella dell'uomo. Quest'ultima infatti non differisce, nei contenuti, dalla conoscenza del somaro; ma ne differisce sostanzialmente nel fatto che l'uomo sa perché le cose stanno in un certo modo, e non possono stare altrimenti. Crediamo che queste osservazioni rendano

bene il nostro pensiero a proposito della conoscenza scientifica, pensiero che abbiamo cercato di esporre sommariamente nelle righe precedenti dicendo che la conoscenza scientifica è caratterizzata dalla ricerca della certezza e della motivazione. In questo ordine di idee vorremmo osservare che l'esistenza stessa della ricerca scientifica, la testimonianza che la Storia ci offre del fatto che l'uomo ha sempre cercato di spiegare ciò che avveniva, ci rende certi della validità del principio di causa, che è stato così bene chiarito dai contributi che hanno preceduto il nostro.

A questo proposito vorremmo qui ricordare in particolare la riflessione che su questi problemi fu fatta da F. Enriques, matematico, storico e filosofo della scienza. Nella sua opera intitolata "*Per la storia della logica*", (*) Enriques medita sui fondamenti del pensiero scientifico; egli osserva che ogni indagine scientifica parte da certe convinzioni dello scienziato, convinzioni che – a nostro parere – non sempre sono presenti in forma esplicita alla coscienza del ricercatore; ma che costituiscono la condizione “sine qua non” perché la ricerca scientifica abbia inizio e svolgimento. Tali condizioni sono enunciate da Enriques in due proposizioni che egli chiama postulati. Il primo di essi potrebbe essere chiamato “*Postulato di conoscibilità del reale*”. Possiamo osservare infatti che lo scienziato non inizierebbe nessuna delle sue indagini se non fosse di fatto convinto che, in qualche modo almeno, il reale è conoscibile all'uomo. Noi pensiamo che anche la Bibbia contenga delle affermazioni che convalidano questa opinione. Crediamo infatti di poter intravedere che nell'episodio narrato in GEN. II -19 et sqq., laddove si narra che Dio fece sfilare davanti ad Adamo le bestie e gli uccelli che Egli aveva creato, perché Adamo desse a ciascuno il suo nome, è adombrata la convinzione che la creazione sia conoscibile; infatti il “dare un nome” ad una cosa, nella mentalità antica, era considerato equivalente a conoscere la cosa stessa, almeno in qualche misura; analoghe considerazioni possono essere fatte a proposito del testo di SAP. XI-20, in cui l'Autore sacro dice che Dio ha disposto tutto “...con misura,



A. Mazzotta. Dare un nome...

numero e peso”. Pensiamo che, anche in questo testo, la intelligibilità del reale sia adombrata; e precisamente la intelligibilità attraverso gli strumenti concettuali ricordati, cioè la misura, il numero, il peso.

Il secondo principio su cui si regge la possibilità della conoscenza viene da F. Enriques indicato come “*Postulato di coerenza*”: esso potrebbe essere formulato dicendo che noi siamo convinti che il reale sia coerente, e precisamente che esso rispetti - nei suoi modi di essere - quelle regole di coerenza che noi rispettiamo nelle nostre deduzioni, ed in particolare con i nostri calcoli. È nostra convinzione che, anche in questo secondo caso, lo scienziato non inizierebbe neppure la sua fatica se non fosse internamente

convinto (anche se non in modo esplicito e cosciente) del fatto che le deduzioni che egli fa rispecchiano in qualche modo la struttura intima del reale.

Si potrebbe osservare che l'impostazione che Enriques ha dato dei fondamenti del pensiero scientifico rivela abbastanza bene la mentalità e la formazione matematica dell'Autore; invero si potrebbe dire che, nella ricerca sistematica, l'attenzione del matematico è attratta in particolare dalla necessità di enunciazione esplicita dei punti di partenza che si assumono come validi; e, nello sviluppo di una teoria, l'attenzione è attratta dal rigore dei collegamenti logici tra le proposizioni piuttosto che dai contenuti delle proposizioni stesse. Queste caratteristiche della mentalità matematica hanno rivelato tutta la positività del loro apporto nella evoluzione della scienza recente, come cercheremo di far vedere nelle righe che seguono.

2 - Abbiamo detto poco sopra che la Matematica viene considerata spesso come una dottrina astratta, e distaccata dalla realtà. Questa concezione è confortata dalle opinioni dei filosofi di ogni tempo; ci basti citare, tra i tanti, Platone, e ciò che egli affermava dicendo che gli oggetti della considerazione del geometra non sono certamente le figure che questi traccia sulla sabbia, ma i concetti rappresentati da queste figure. Tuttavia questo carattere della Matematica non ne fa una scienza puramente mentale, un puro esercizio di capacità di invenzione e di deduzione esercitato su concetti totalmente staccati da qualsiasi realtà collegata con la Natura; un esercizio – per intenderci – analogo a quello di chi inventasse dei giochi di carte o di altro tipo. Invece vorremmo ribadire che i concetti più fondamentali della Matematica nascono ovviamente da certe esperienze elementari che ogni essere umano esegue quando viene in contatto con la realtà esteriore. Tali esperienze sono – per esempio – quella del distinguere e contare gli elementi di un insieme finito; oppure le osservazioni che noi eseguiamo sulla nostra collocazione rispetto agli oggetti materiali che ci circondano, sulle loro posizioni reciproche, sulle manipolazioni che eseguiamo sugli oggetti che giudichiamo rigidi. È facile accorgersi che le esperienze ultimamente enumerate sono quelle da cui nascono i concetti della Geometria: concetti che tuttavia sono portati a livello intellettuale dopo un'elaborazione operata dalla fantasia, che forse spesso aggiunge ai concetti delle qualità che non sempre sono fondate sulla sola esperienza sensibile.

Non è nostra intenzione entrare qui nell'analisi dei procedimenti psicologici ed intellettuali che ci inducono alla costruzione dei concetti matematici. L'accenno all'elaborazione che la fantasia opera sulle sensazioni basta – a nostro parere – per giustificare la nostra opinione che anche il concetto abitualmente indicato con il termine "*spazio*" abbia un'origine parzialmente dovuta ad un'elaborazione fantastica delle nostre esperienze. Questa nostra opinione è confortata dal pensiero di matematici illustri, come per esempio H. Poincaré, il quale afferma: "...Nessuna esperienza ha come oggetto lo spazio o le relazioni dei corpi con lo spazio. Ma soltanto (la nostra esperienza ha come oggetto) le relazioni dei corpi fra loro" (Cfr. H. Poincaré – *Science et hypothèse*).

Di conseguenza conveniamo anche con chi afferma che "*...I concetti geometrici, benché acquisiti a mezzo di "elementi sensibili", sono puramente astratti. Non esiste nel mondo fisico nulla che corrisponda esattamente ai concetti astratti di retta e di triangolo; non si possono quindi "misurare" gli angoli di un*

triangolo (astratto), né affermare che nello spazio fisico sia "verificata" una determinata geometria (astratta). Le proprietà di posizione e grandezza dei corpi possono essere rappresentate da una teoria astratta soltanto in modo più o meno approssimato". (G. Fano – Geometria non euclidea. Introduzione geometrica alla teoria della relatività – Bologna, 1935).

Ancora sulla linea di questo pensiero, siamo d'accordo con H. Poincaré, il quale asseriva che la domanda: "*La Geometria euclidea è vera?*" è priva di senso. Al massimo ci si può domandare quale sia la Geometria più adeguata per descrivere le nostre esperienze sulla materia, sull'energia e sui loro spostamenti.

Ciò che siamo venuti dicendo fin qui, a proposito dello "spazio" e della Geometria (che qualcuno vorrebbe definire come scienza dello spazio), ci porta quasi naturalmente a parlare della concezione secondo la quale la Geometria costituisce il "primo capitolo della Fisica". A nostro parere, questa visione giustifica – almeno in parte – il grande sviluppo che la Geometria ebbe presso i Greci. Invero noi pensiamo che, presso questo popolo particolarmente intelligente, il primo momento di razionalizzazione delle esperienze sugli oggetti esterni sia stato dato dalla Geometria; questa scienza dunque ci si presenta sotto l'aspetto di una spiegazione, di una razionalizzazione delle nostre esperienze. Cioè un insieme di operazioni mentali con le quali noi cerchiamo di ridurre a pochi principi la massa delle nostre esperienze, e di dedurre poi le conseguenze da questi principi, con la fiducia che la realtà corrisponderà poi alle nostre deduzioni. Il che sarà verificato con gli esperimenti di controllo .

3 - Come è noto, la rivoluzione scientifica che ebbe inizio nel Rinascimento e che portò alla scienza moderna viene abitualmente presentata come un trionfo del metodo sperimentale nella scienza. Non neghiamo l'importanza di questo fenomeno radicale nella storia della conoscenza umana, ma vorremmo anche avanzare qualche ulteriore osservazione, mirante a mettere in evidenza l'importanza dell'avvento del metodo e del linguaggio matematico nella conoscenza scientifica. Vorremmo anche ricordare che questa nostra valutazione della importanza della Matematica nella visione scientifica moderna non è affatto una novità. A questo proposito infatti vorremmo ricordare che questa idea fu preconizzata e in qualche modo codificata in un celebre passo del "Saggiatore" di Galileo. In esso il genio pisano dichiara che "...il grande libro dell'Universo che continuamente ci sta aperto davanti agli occhi è scritto in caratteri matematici e che colui che non saprà leggere questi caratteri non riuscirà a leggere nel libro e si aggirerà nel creato come in un "oscuro laberinto ..."

Pensiamo che non si potrebbe descrivere meglio il carattere della scienza fisico-matematica di oggi, che ha adottato il linguaggio della Matematica per descrivere gli oggetti che vuole studiare, per formulare le relazioni che traducono le ipotesi, e soprattutto per trarre le conseguenze da tali ipotesi. Invero potremmo dire che la costruzione scientifica, secondo la mentalità moderna, ci si presenta con una procedura che potrebbe essere sintetizzata nei seguenti momenti: anzitutto la designazione precisa degli oggetti da studiare, designazione la quale – nella maggioranza dei casi – viene fatta con una codificazione che ricorre alla operazione di misura e quindi deve necessariamente ricorrere al linguaggio matematico per essere espressa e comunicata in modo preciso ed inequivocabile.

Un secondo momento della costruzione scientifica si concretizza nella formulazione di ipotesi, le quali spiegano i fenomeni che cadono sotto la nostra osservazione o che sono oggetto dei nostri esperimenti. Sarà appena necessario osservare che le ipotesi riguardano delle proprietà degli oggetti che non sono direttamente osservabili. Quando si adotti il linguaggio della Matematica, la formulazione delle ipotesi viene fatta scrivendo delle relazioni tra i numeri che rappresentano gli oggetti, relazioni che – nella maggior parte dei casi – vengono espresse mediante equazioni, finite o differenziali. Da queste ipotesi vengono poi dedotte delle conseguenze, che sono destinate ad essere sottoposte al tribunale di ultima istanza della esperienza, cioè possono essere verificate, cioè convalidate oppure refutate, dalla osservazione, in particolare dagli esperimenti.

Ci pare interessante osservare che, nell'impostazione moderna della scienza fisico-matematica, il passaggio dalla formulazione delle ipotesi alle conseguenze verificabili avviene con una operazione di deduzione, che si riduce sostanzialmente ad un calcolo, cioè ad una trasformazione di espressioni realizzata mediante l'applicazione di certe regole formali, che ci si presentano come regole sintattiche del linguaggio che è stato adottato, cioè del linguaggio matematico.

Vale la pena di osservare che questi calcoli, cioè queste trasformazioni di espressioni simboliche, hanno un carattere tipicamente formale; con questo intendiamo dire che per eseguirle non è necessario comprendere i significati dei simboli che si adottano; le trasformazioni stesse potrebbero essere eseguite da un calcolatore elettronico, ottenendo gli stessi risultati, forse con una sicurezza maggiore nei riguardi delle sviste e degli errori che vengono chiamati "materiali". Ci pare ovvio il fatto che la componente tipicamente umana di questa procedura consista nel momento della interpretazione delle deduzioni, in questo caso dei calcoli; cioè nel momento in cui ai simboli – ottenuti con certe elaborazioni – viene attribuito un significato, in forza di certe convenzioni stabilite prima della elaborazione formale e che con essa hanno poco a che vedere.

4 - I pochi cenni, necessariamente sommari e sbrigativi, sull'impiego della Matematica nelle scienze della Natura ci potrebbero condurre ad analizzare le ragioni ed i fondamenti sui quali si basa il successo della matematizzazione della scienza. Non ci pare nostro compito soffermarci ora su questo problema, il quale è stato ed è ancora oggi oggetto di riflessione da parte di molti Filosofi, che hanno indagato sul fondamento della nostra conoscenza, sulle ragioni delle certezze che l'uomo vuole conseguire, sulle procedure da seguire per ottenere queste certezze.

Ci limitiamo quindi ad avanzare due riflessioni conclusive, che crediamo utili, anche se da un certo punto di vista possono apparire del tutto ovvie. La prima riguarda l'importanza fondamentale dell'apporto della Matematica nella soluzione dei problemi scientifici moderni. Si può infatti asserire con una certa tranquillità che senza i grandiosi progressi della Matematica negli ultimi due secoli non esisterebbe la scienza fisica, nella concezione moderna del termine, e neppure esisterebbero i progressi meravigliosi della tecnica di oggi. Si legge spesso, e si sente dire, che la società moderna muta radicalmente e rapidamente in conseguenza della utilizzazione sempre più diffusa dei mezzi di calcolo e di elaborazione dell'informazione. Ma occorre anche dire che l'esistenza stessa di questi mezzi, ed il loro sviluppo quasi miracoloso si spiegano soltanto

tenendo presente tutta la problematica che è stata elaborata dai matematici.

Una seconda osservazione conduce a valutare l'influenza che il metodo matematico guadagna in campi sempre più vasti, anche fuori dal dominio relativamente ristretto che una volta era giudicato esclusivo dei metodi quantitativi. A nostro parere, questa influenza dovrebbe manifestarsi con una impostazione sempre più rigorosa delle analisi scientifiche; impostazione che dovrebbe condurre a mettere chiaramente in evidenza i punti di partenza di ogni dottrina scientifica, e ad enunciare chiaramente ed esplicitamente i suoi postulati. Si tratta di un atteggiamento che la Matematica ha dovuto adottare in seguito alla crisi dei principi del secolo XIX; ma pensiamo che lo stesso atteggiamento debba essere adottato da ogni scienza che voglia essere rigorosa, quale che sia il suo oggetto.

Parlando di Enriques, abbiamo già avuto occasione di mettere in evidenza la sua posizione nei riguardi dei principi di ogni conoscenza scientifica; atteggiamento che porta a riconoscere onestamente ed a prendere esplicita coscienza dei principi non dimostrabili a livello scientifico, ma pure necessari per ogni conoscenza che voglia essere fondata e rigorosa.

NdR *Appunti dattiloscritti reimpaginati ottobre 2013*

(*) www.federigoenriques.org/it/

[1922_7] Enriques, Federigo, Per la storia della logica. I principi e l'ordine della scienza nel concetto dei pensatori matematici, Zanichelli, Bologna, 1922. Ripubblicato in [\[1987_1\]](#) (rist. anast.). Tradotto in [\[1926_7\]](#) (trad. fr.). Tradotto in [\[1927_9\]](#) (trad. tedes.). Tradotto in [\[1929_8\]](#) (trad. ingl.). Ripubblicato in [\[1968_1\]](#). Tradotto in [\[1949_2\]](#) (trad. sp.). | [zbl](#)
[\[VISUALIZZA PDF\]](#)