

Estratto da:

Periodico di Matematiche

Giugno 1952 - Serie IV, vol. XXX, n. 3 (pag. 121-124)
di Oscar Chisini.

Che cosa è la Geometria (1)

Chi voglia rendersi conto dello sviluppo della Geometria deve anzitutto veder molto chiara la posizione della Geometria euclidea, nel suo contenuto fisico e gnoseologico. Vi sono infatti molte circostanze d'importanza essenziale che persone, anche colte, se non specialiste, ignorano del tutto o conoscono in forma inadeguata.

Come ogni altra scienza, la Geometria enuncia un certo numero di proposizioni le quali riflettono fatti osservabili nel mondo fisico che ci circonda e — come ogni altra scienza che meriti questo nome — presenta queste proposizioni non slegate fra loro, ma concatenate in guisa che la maggior parte di esse appaiono conseguenza logica di poche, assunte a fondamento di tutte. Anzi la struttura logico-deduttiva della Geometria, che ha raggiunto una forma quasi perfetta da oltre due millenni, è stata, e rimane, il modello di tutte le scienze che tendono a matematicizzarsi per assumere chiarezza, precisione e rigore.

La sistemazione razionale della Geometria, che pur è sorta come scienza empirica, ha finito col costituirne la parte essenziale per le conseguenti estensioni e per le influenze esercitate sulle concezioni filosofiche, non solo riguardo la gnoseologia, ma anche la morale: la possibilità infatti di ricavare, da pochi principi, grande numero di conseguenze significative, con la sola applicazione della propria logica, la consuetudine — diventata necessità — di dimostrare le proprie afferma

(1) Lettura alla Radio: 3° programma, rubrica «L'Osservatore delle Scienze», 27 maggio 1952.

zioni, hanno un valore etico che mi sembra tutt'altro che trascurabile.

La Geometria, considerata come capitolo della Fisica, ne è il primo: gli enti che essa considera sono schemi rappresentativi di oggetti effettivi, concepiti per astrazione spogli di gran parte dei loro attributi e dotati solo di alcuni estremamente semplici, cioè: posizione, forma e grandezza.

Già l'analisi del concetto di punto, l'elemento più povero di contenuto geometrico, porta a una conclusione che può meravigliare il profano.

Infatti si dice generalmente che il punto geometrico è un concetto limite, schema di oggetti piccolissimi considerati per tal ragione sprovvisti di grandezza; ma in ciò si dimentica che i processi di astrazione conducono a concetti validi solo in relazione a quei determinati problemi per cui sono stati, più o meno inconsciamente, elaborati.

Quindi a determinare il significato fisico del punto geometrico occorre esaminare quali enti è — soprattutto — in quali circostanze possono essere considerati tali. Due esempi rendono la cosa chiara.

La stella polare, osservata per determinare la direzione del Nord, è un punto geometrico; mentre un microbo, esaminato al microscopio da un medico che dalla forma intende riconoscerne la specie e la conseguente malignità, un tale microbo, dico, quantunque alquanto più piccolo della stella polare, non può essere considerato quale punto geometrico.

Segue dalla osservazione fatta che il punto geometrico è un « punto posizionale », cioè schematizza un oggetto di cui importi la posizione, che viene indicata indifferentemente anche da una qualunque sua parte. In questo senso il punto geometrico non ha parti, e vien la voglia di supporre che a concezioni del genere si riferisse la classica definizione di EUCLIDE: « punto è ciò che non ha parti ».

Qui è opportuno notare che oltre al punto geometrico esistono nella scienza altri tipi di punti nettamente differenziati, perchè ottenuti con astrazioni rivolte a scopi diversi. Così nella cinematica si ha un punto dotato di individualità e mobile, sicchè il medesimo appare, in tempi diversi, diversamente collocato nello spazio; nella dinamica il punto è

anche dotato di massa ed è soggetto all'azione di forze: l'intera Terra costituisce un tale punto nel capitolo della meccanica celeste che tratta del moto dei pianeti. Ma altre scienze considerano punti che hanno proprietà elastiche, proprietà ottiche, proprietà elettriche, proprietà magnetiche, ecc.

Ritorniamo agli schemi geometrici per darne almeno un secondo esempio significativo: una strada è una linea (spesso una retta) per il viaggiatore che deve percorrerla, ma è una superficie (grosso modo rettangolare) per una impresa che debba pavimentarla.

I disegni delle figure geometriche sono ad un tempo oggetti materiali e simboli degli schemi geometrici; ciò perchè fra gli oggetti schematizzati in uno stesso modo essi sono i più poveri di attributi estranei al concetto, e quindi più prossimi allo schema astratto.

Anche le relazioni geometriche sono schemi di relazioni fisiche. Possiamo soffermarci, solo un momento, sul concetto di uguaglianza perchè ai suoi successivi ampliamenti sono legate le varie geometrie, generalizzazioni crescenti della geometria classica euclidea, cioè: geometria simile, geometria affine, geometria proiettiva, geometria birazionale, topologia. In relazione alla geometria euclidea due figure sono uguali quando possono considerarsi due posizioni di uno stesso corpo rigido. Di questo corpo rigido tutti hanno una idea empirica abbastanza precisa, che può razionalizzarsi tramite la verifica di un certo numero di esperienze ideali che traducono le proprietà fondamentali delle relazioni egualiformi.

Quando si passa alla sistemazione razionale della Geometria occorre stabilire un certo numero di concetti non definiti e di relazioni basilari ammesse a priori: mediante definizioni e dimostrazioni si deducono logicamente altri concetti ed altre relazioni. Ma il significato e la validità di tutta la teoria rimangono così sospesi al significato e alla validità delle prime proposizioni assunte.

Questa indeterminazione e questa incertezza hanno però un loro pregio grandissimo: la possibilità di attribuire alle parole un significato del tutto diverso da quello che avevano inizialmente quando rappresentavano un certo gruppo di fatti fisici: varranno allora a rappresentare un nuovo gruppo di

fatti i cui schemi sono retti dalle stesse relazioni formali: nasce così la geometria astratta.

L'ampia possibilità di queste estensioni appare chiara da considerazioni di Geometria analitica: questa associa ai punti del piano e dello spazio coppie e terne di numeri; alle linee e alle superficie associa equazioni, cioè leggi cui sono vincolati i punti che loro appartengono.

Ora gruppi di numeri caratterizzano anche enti geometrici diversi da quelli inizialmente considerati, e perfino, sistemi fisici con proprietà non geometriche.

Ad esempio una certa massa di gas, contenuta in un recipiente, è caratterizzata dai tre numeri che ne indicano pressione, volume e temperatura, e sono legati da una relazione. Questa, geometricamente interpretata, fornisce una superficie dello spazio, il paraboloido iperbolico; le proprietà geometriche di questo indicano proprietà fisiche della considerata massa di gas.

In tale senso problemi fisici possono ridursi allo studio delle proprietà geometriche di un conveniente ente, analogo alla superficie sopra considerata.

Il Geometra ci appare ora colui che studia le implicazioni logiche contenute nel gruppo dei suoi postulati. Questo lavoro può essere fatto astrattamente con il solo uso delle leggi formali della logica, ma è l'intuizione guidata dalla prima interpretazione fisica che conduce a svolgimenti fecondi.