

per C.S. Roma
26 - 27 Novembre

RECUPERO ALLA LOGICA ED AL RAGIONAMENTO ATTRAVERSO LA COSTRUZIONE DI FIGURE GEOMETRICHE SOLIDE

Adriana Davoli - Maria Angela Manara

Riassunto:

La costruzione di un icosaedro regolare, come attività di recupero nel campo logico/matematico per un ragazzo di 11 anni con gravi difficoltà di apprendimento, ha consentito di perseguire tre aspetti didattici fondamentali: 1) valorizzare l'immaginazione e la creatività; 2) favorire la scoperta della deduzione, cioè della necessità delle conclusioni a seguito di un ragionamento; 3) attivare un'esperienza di progettazione per favorire una organizzazione di osservazioni, di verifiche, di previsioni.

Principi didattici dell'intervento.

Il lavoro di cui verranno sintetizzati i punti fondamentali si è svolto nell'anno scolastico 1992-93 con un soggetto inserito in I Media, nell'arco di poco più di due mesi.

L'obiettivo generale che ci ha guidato è stato anzitutto quello di riagganciare l'insegnamento della matematica all'esperienza quotidiana, per aiutare lo studente a prendere coscienza di essere un soggetto pensante e razionale, capace di intervenire efficacemente sulla realtà e di organizzare le proprie esperienze su di essa, riuscendo a conoscerla meglio.

Inoltre abbiamo cercato di ottenere che il linguaggio simbolico e preciso della matematica nascesse dalla razionalizzazione del comportamento e dalla necessità di comunicare ad altri le osservazioni e le manipolazioni operate sul mondo circostante.

Per ottenere che lo studente si accorgesse di pensare, lo abbiamo posto in una situazione concreta, nella quale spontaneamente sorgessero curiosità e domande. Durante l'attività abbiamo potuto notare e mettere in evidenza momenti in cui il soggetto è entrato in contraddizione con se stesso, momenti nei quali non bastavano più le conoscenze e le modalità di lavoro (corrispondenti a strutture mentali) di cui disponeva. In queste situazioni il soggetto si è mostrato ricettivo verso un aiuto esterno. Altre volte lo abbiamo visto trovare da solo una miglior organizzazione del lavoro, avendo scoperto l'inadeguatezza dei metodi spontanei seguiti fino allora. In ogni caso il raggiungimento di un risultato concreto, in risposta alla domanda posta, ha favorito nuove scoperte ed acquisizioni.

Va sottolineato che queste situazioni corrispondono ai momenti in cui un soggetto, dopo aver fatto una verifica, una constatazione o un ragionamento, arriva a scoprire la necessità logica delle conclusioni.

Scelta dell'attività.

Spesso i soggetti in difficoltà di apprendimento sembrano refrattari ad argomenti collegati con la manipolazione di numeri.

Per questo abbiamo scelto di puntare sulla geometria come grande risorsa per mobilitare il piu' possibile la razionalita' e la fantasia, la capacita' di rappresentazione e la consapevolezza dei passi compiuti, prescindendo dalle difficolta' del simbolismo, col vantaggio di ridurre al minimo il linguaggio tecnico e di potenziare l'utilizzo del linguaggio naturale.

Scegliendo un'attivita' di costruzione e di progettazione di un solido geometrico, si e' pensato di suscitare un interesse personale, anche estetico. Ecco gli aspetti importanti:

-la geometria consente di evitare lo scoglio di un simbolismo astratto come quello dell'aritmetica;

- la geometria utilizza come linguaggio simbolico il disegno che e' piu' immediato e aderente all'intuizione del mondo che ci circonda;

-la costruzione di un solido consente di manipolare e rigirare tra le mani un oggetto e percio' di fare agevolmente delle verifiche;

-la scoperta e la verifica di relazioni e di proprieta' fra gli enti geometrici costituisce un momento razionale importante (che nella genesi della concettualizzazione vien prima della capacita' di comprendere un procedimento di dimostrazione).

Il lavoro proposto al nostro studente e' stato ispirato dalle indicazioni e dai suggerimenti emersi dalle lezioni del Prof. C. F. Manara, e dalla rielaborazione del Gruppo Elementari 40% MURST, in particolare nell'anno accademico 1992-93.

Il Soggetto.

All'inizio dell'anno scolastico, M. e' un ragazzo di 11 anni inserito in I media. Il grave ritardo di apprendimento che presenta, in assenza di danni organici diagnosticati, si pensa dovuto a difficolta' affettive vissute nella prima infanzia, e ad una inadeguata considerazione dei suoi problemi mano a mano che si evidenziavano. M. legge male, spesso sillabando le parole, e associa a stento un significato a cio' che legge. Inoltre il suo vocabolario e' molto povero, e la sua memoria sembra refrattaria all'apprendimento di parole nuove.

Durante la scuola elementare tali difficolta' sono state tendenzialmente affrontate da parte della scuola e della famiglia puntando sull'addestramento nozionistico. L'esito che si constata, ad esempio riguardo alla matematica, e' che M. possiede mnemonicamente alcune procedure aritmetiche (tabelline, algoritmi delle operazioni), che pero' non riesce ad agganciare a significati che gli permettano di utilizzarle in situazioni concrete. Ad esempio sa fare le operazioni (per iscritto, non oralmente), ma non sa servirsene nemmeno in problemi molto elementari.

Un esito piu' generale e' costituito da un'accentuata passivita' che e' stata interpretata come espressione di disagio e di difesa: disagio di fondo derivante dall'interrogativo sulla propria identita', e disagio per la crescente inadeguatezza rispetto agli strumenti culturali richiesti nel suo contesto scolastico; difesa contro richieste percepite come ne' utili a se', ne' evadibili.

Difficolta' del soggetto.

Per una certa parte dell'anno scolastico, nella scelta degli argomenti, si e' preso spunto soprattutto dal lavoro della classe; e si sono in questa fase potute evidenziare alcune difficolta'. Un esempio significativo ci e' parso la particolare difficolta' di classificare i triangoli contemporaneamente rispetto ai lati e agli angoli. Se ad esempio M. riusciva a stabilire che un triangolo era rettangolo, decidere poi se fosse isoscele o scaleno sembrava troppo difficile per lui.

Abbiamo pensato che cio' fosse in parte dovuto alla diversita' concettuale delle procedure di classificazione: se infatti classificare rispetto ai lati richiede un confronto delle lunghezze di tre segmenti tra di loro, classificare rispetto agli angoli richiede il confronto di ciascun angolo con l'angolo retto, ecc. Utilizzare contemporaneamente entrambe le procedure richiede quindi sia di possederle con sicurezza separatamente, sia di avere una mobilita' mentale che consenta di passare da una serie di concetti ad un'altra.

Inoltre, quando M. dopo un certo lavoro riusciva a fare un passo nell'apprendimento di un concetto, questa acquisizione spesso restava precaria, utilizzabile o non utilizzabile, presente o non presente in funzione di parametri di volta in volta difficilmente valutabili.

In sintesi ecco alcuni ordini di difficolta':

- difficolta' di capire bene i termini di una consegna, oppure di esprimere in modo minimamente persuasivo la risposta;
- difficolta', come sopra detto, di mettere a fuoco in modo definitivo (e operativo) un'acquisizione;
- difficolta' di utilizzare contemporaneamente serie diverse di concetti;
- difficolta' di mobilitarsi con entusiasmo su una consegna di tipo scolastico.

Obiettivi del lavoro con M.

Tra gli obiettivi specifici che ci siamo proposti, ne elenchiamo due, che sono fondamentali, con l'indicazione del metodo seguito e delle sue caratteristiche:

- Favorire la consapevolezza di possedere una capacita' di ragionamento, funzionante ed utilizzabile in vari contesti.

Metodo: esperienza in attivita' di costruzioni interessanti per il soggetto.

Caratteristiche: allenamento ad ORGANIZZARE le azioni per il raggiungimento di un fine; allenamento a SIMBOLIZZARE le azioni (rappresentazione attraverso figure) e a DEDURRE un RISULTATO o una conclusione ottenuta attraverso la concretezza della manipolazione.

- Osservare il modo in cui il soggetto fa uso della razionalita'.

Metodo: realizzazione di un'esperienza in cui il soggetto venga indotto a presentare un PROGETTO per la costruzione ad esempio di un solido geometrico.

Caratteristiche: allenamento a PREVEDERE un risultato; acquisizione di un LINGUAGGIO adeguato per coinvolgere

nell'attività altre persone (quelle per le quali il progetto vien fatto).

(Nell'attività di progettazione sono necessarie non solo una capacità di prevedere, ma anche una capacità di simbolizzare e di dedurre).

Tappe significative dell'intervento.

Vengono portati a scuola diversi modelli di poliedri, costruiti con cartoline, o con cartoncini di vari colori, con l'intenzione di invogliare M. a tentare di costruirne uno. A M. piacciono, e sceglie di copiare l'icosaedro regolare.

M. comincia a disegnare le facce. Forse non ha ancora notato, o non ha presente, che sono triangoli equilateri (l'aggettivo "equilatero" e' tra le parole che non riesce ad acquisire); comincia a disegnare un triangolo ad occhio, usando solo un righello. Il triangolo, piuttosto piccolo, e' praticamente equilatero. Cerca poi di farne uno piu' grande, sempre ad occhio; qualcosa non lo convince. Controlla le misure del modello, osserva: "i tre lati sono uguali", controlla il suo triangolo, non ha i lati uguali; riprova ancora col righello, non e' soddisfatto; conclude: "non viene, non si puo' fare".

[Notiamo a questo punto che M. ha sentito la necessita' di fare una VERIFICA usando una procedura per il confronto tra tre segmenti, nella quale ha utilizzato la struttura della transitivita' della relazione di equivalenza; cosicche' attraverso una DEDUZIONE e' arrivato al convincimento che i tre lati del triangolo del modello erano uguali, mentre quelli della sua figura erano disuguali].

L'insegnante aspetta che sia lui a porre delle domande o a fare qualche altro tentativo; nulla. M. si e' arreso, non fa piu' alcun passo. Tutto il lavoro dei mesi precedenti, riconoscere triangoli equilateri, costruirne con righello e compasso, o con la piegatura di un foglio rettangolare, sembra svanito.

Viene portato a scuola un materiale insolito: tagliere, chiodini, martello, spago. Si fodera il tagliere con un foglio di carta bianca, si chiede a M. di tracciare un segmento con la matita e il righello, poi di piantare un chiodino in ciascuno degli estremi, e di legare uno spago ben teso ai due chiodini. Si preparano altri due pezzi di cordina, con un nodo a ciascuna estremita', lunghi come il segmento tracciato a matita. Si infilano nei due chiodini gia' piantati un nodo di ciascuno degli ultimi cordini; e un chiodino in ciascuno dei due nodi liberi. Si tratta ora di piantare questi ultimi due chiodini in modo che si sovrappongano con precisione.

Il lavoro manualmente non risulta facile a M., che cerca di piantare prima l'uno, poi l'altro, e non riesce a portarli abbastanza vicini. Un trucco sarebbe portarli a coincidere prima di piantarli, ma si desidera che M. trovi una soluzione che gli richiami l'uso del compasso; probabilmente infatti M. non ha potuto ancora capire come funziona il compasso, pur avendo avuto molte occasioni di usarlo.

[Dalla difficolta', alla perplessita', alla domanda, si passa a

sentire la necessita' di adeguare in qualche modo il comportamento alle nuove esigenze].

In uno dei capi liberi si lega allora, anziche' un chiodino, una punta di matita e si fa tracciare un archetto, tenendo lo spago ben tirato. Stessa cosa al capo libero dell'altro spago. Finalmente M. vede che, nel punto in cui i due archetti si incrociano, entrambi i cordini risultano tesi, e si puo' piantare un unico chiodino. Il triangolo equilatero e' fatto: i vertici sono tre chiodini piantati col martello, i lati tre pezzi di spago.

Ora l'insegnante disegna su un foglio un altro segmento, e chiede: sapresti costruire un triangolo equilatero che abbia il lato che ho disegnato? "Si', col compasso!". Da adesso in poi per M. rimane acquisito il concetto di triangolo equilatero e la sua costruzione col compasso.

[Il riconoscimento di analogie tra due procedure, per la costruzione del triangolo equilatero, ha aiutato la concettualizzazione. La figura ottenuta costituisce il simbolo di un concetto che ora e' diventato piu' chiaro e cosciente].

M. ha disegnato 20 triangoli equilateri, tutti di dimensioni uguali, e li ha ritagliati molto bene. Si tratta di attaccarli opportunamente, in modo da ottenere l'icosaedro, aiutandosi con l'osservazione del modello. M. inizia a unire a due a due 8 triangoli gialli, ottenendo 4 rombi; prova ad attaccare i rombi insieme a caso, e' perplesso, non sa come continuare.

Prendiamo in mano il modello. Quanti triangoli escono dallo stesso vertice? (La parola "vertice" non e' chiara, occorre aiutarsi con le dita e con giri di parole, e controllare di essersi intesi). M. ne conta 5; smonta i rombi e comincia ad unire 5 triangoli in modo che abbiano un vertice in comune, strada facendo ha qualche tentennamento, alla fine ne metterebbe anche un sesto chiudendo l'esagono, ma si accorge che qualcosa non va: la figura ottenuta e' piana. In definitiva ne unisce 5 chiudendo l'angolo solido, e ne attacca un sesto ad uno degli spigoli liberi. Osserviamo che si e' formato un "cappellino" con un "codino".

M. fa lo stesso lavoro con 6 dei triangoli celesti, poi non sa come proseguire; tenta di saldare tra loro i due "cappellini", il poliedro si schiaccia troppo. M. sembra non tener conto degli 8 triangoli avanzati, e' in un momento di difficolta'. Si cerca di aiutarlo ad orientarsi sul modello, la cui simmetria rende pero' difficile fissare una corrispondenza. Allora gli si propone una procedura per numerare le facce, dando gli stessi numeri ai nostri triangoli: la difficolta' e' ritrovare sul modello i "cappellini", capire cioe' che non possono che essere opposti tra di loro.

[Come in precedenza, si vuol aiutare il soggetto ad organizzare le proprie sensazioni ed i propri comportamenti, riconoscendo la simmetria della figura e trovando una procedura per approfondire la conoscenza dell'oggetto].

Ora M. vede che le 8 facce residue vanno attaccate come "codine": 4 ad un "cappellino, e 4 all'altro. Vede anche come attaccare insieme le due parti ottenute. L'icosaedro e' finito, M. entra in classe trionfalmente e i suoi compagni manifestano un grande entusiasmo.

Si cerca di ripensare passo passo insieme a M. il lavoro fatto, mettendolo per iscritto per prenderne maggiormente coscienza; cosi' facendo si pensa di tramutare una capacita'

operativa in una capacita' di previsione, e di giustificare la necessita' di un linguaggio corretto adeguato ad esprimere le procedure trovate. La scrittura procede stentatamente, poiche' recuperare la successione dei passi per M. e' molto difficile. Si propone allora di costruire un altro icosaedro, scrivendo man mano le istruzioni per i compagni, perche' possano a loro volta costruirne uno, senza modello, come compito delle vacanze. M. accetta volentieri.

Il testo scritto da M. e' stato effettivamente consegnato in classe insieme ai compiti delle vacanze; non disponendo di un modello, ma solo di istruzioni scritte, alcuni dei compagni hanno trovato difficolta', dopo aver attaccato in piano i 5 rombi nel modo indicato, a capire che si trattava di chiudere l'angolo solido. La maggioranza ha pero' dichiarato che le istruzioni erano state sufficienti, e che si erano divertiti.

Conclusioni.

Abbiamo presentato il nostro discorso in collegamento all'intuizione e alla coerenza logica, piuttosto che al vocabolario tecnico: non essendo necessaria la conoscenza di cose complicate e di nomenclatura specialistica, abbiamo voluto stimolare la creativita' imbrigliata dall'esigenza di far quadrare le cose.

La necessita' di soddisfare certe condizioni presentatesi nell'esperienza concreta ha indotto il soggetto a cercare procedure piu' adatte, o ad accettare quelle proposte da altri.

Infine l'impegno di scrivere le istruzioni per i compagni ha introdotto con naturalezza un'attivita' progettuale e un avvio all'acquisizione di un linguaggio piu' preciso.

Anche sul piano psicologico l'esito e' stato positivo, poiche' abbiamo visto il soggetto rimuovere la passivita' che lo opprimeva e lavorare con entusiasmo ed attenzione; ingredienti questi ultimi indispensabili in ogni attivita' di apprendimento.

Bibliografia.

C.F. MANARA, "Processi cognitivi e disabilita' nell'acquisizione dei concetti e dei procedimenti matematici", Atti del Convegno CNIS su "Difficolta' in Matematica: proposte e percorsi operativi", Brescia, 8-9 maggio 1992.

A. DAVOLI, A. PANCERI, "Strategie risolutive di semplici problemi numerici nell'esperienza quotidiana, in soggetti che presentano difficolta' di apprendimento", in "Matematica e difficolta'. 2 : Insegnare matematica ad allievi in difficolta'", Pitagora, Bologna, 1993.

A. DAVOLI, A. PANCERI, "Attivita' di recupero sulla moltiplicazione per un soggetto con insufficienza mentale", VIII INTERNUCLEI SCUOLA ELEMENTARE, Grado, 1993.