Comunicazione e logica

I ragazzi hanno oggi una comunicazione incessante sotto forma di messaggi che inviano attraverso strumenti impensabili fino a pochi anni fa, messaggi che hanno la caratteristica dell'immediatezza, della velocità dell'eventuale risposta, della semplicità del contenuto che sostanzialmente è legato alla semantica della singola parola. Non è questa mia un'opposizione al sistema, ma una riflessione che porta a considerare che questi messaggi non trasmettono "pensieri", non vogliono neppure farlo, ma finiscono col diventare riferimento del "rapporto" concreto che si realizza tra le persone.
Quando è allora necessario costruire un dialogo per condividere idee da cui trarre nuove realtà di pensiero ed azione, ancora maggiormente che nel passato, si riscontrano problemi espressivi derivanti da difficoltà concettuali che spesso si realizzano per la costante ed unica abitudine all'immediatezza della risposta. In questi casi in pratica la velocità premia generalmente l'interlocutore.
Tutto ciò spesso non permette presa di coscienza dell'effettivo contenuto della comunicazione e porta ad incapacità a trovare nel vocabolario, nella grammatica e sintassi della lingua gli strumenti espressivi che per se stessi sono strettamente legati al pensiero: i messaggi complessi non passano o sono facilmente equivocati.
La scuola interviene o dovrebbe intervenire con forza ad aiutare gli allievi a creare un pensiero elaborato, un pensiero che possa essere ascoltato, comunicato senza equivoci, e possa essere lo strumento per esprimere e confrontarne il contenuto "logico", unico adatto a strutturare la possibilità di un'effettiva collaborazione in una società.
Credo che tutti gli insegnanti, in moltissime occasioni quotidiane, possano e debbano operare in questo senso sollecitando nella classe un dialogo opportuno e discutendone la validità.
Nel caso della matematica tale attività può essere molteplice perché comporta un dialogo sia legato al linguaggio comune come a quello prettamente matematico, che, necessitando di precisione e condivisione totale, permette riflessioni preganti, utili non solo all'evolvere in campo specifico.

Proprio in tale direzione, alla fine di ogni anno scolastico, abbiamo riassunto in un capitolo chiamato "Comunicazione e logica" ciò che ci era parso significativo all'interno di tutti i discorsi elaborati in tal senso. Questo voleva dire incominciare ad analizzare la validità delle proprie affermazioni (anche nei discorsi del parlare comune) quando divenisse interessante e man mano strutturare coscientemente i risultati delle analisi fatte.
Un giorno, per esempio, per un gioco di carte, era stato dato il valore di ogni pezzo prima della spiegazione del gioco (che di fatto non era necessaria perché i ragazzi volevano solo sapere quale fosse il minimo punteggio da raggiungere per vincere) e questo aveva indotto molti nella classe a dire: ma è briscola! Era giustificata quell'affermazione così spontanea e immediata? Avrebbe potuto condizionare il pensiero intorno al gioco? Di fatto veniva affermato

Se ho quel punteggio, allora è briscola

Invece che

Se ho briscola, allora ho quel punteggio

che avrebbe portato la mente a prendere in considerazione le informazioni in modo completamente diverso. Qual era l'inghippo?

Diamo alcuni cenni delle riflessioni in classe che ci pare vadano nella direzione espressa nel volume del prof. Manara, con le quali abbiamo commentato ciò che gli allievi avevano raggiunto discutendo e poi scrivendo con consapevolezza le analisi fatte.

Nella classe prima

Ricordiamo una parte di ciò che gli allievi, discutendo, sono stati in grado di elaborare all'interno delle discussioni matematiche (<u>scritti dei ragazzi e lasciati volutamente tali).</u>

- Con un discorso sui sistemi di numerazione in base diversa da dieci, facendo i raggruppamenti è nata la domanda: il numero degli insiemi fatti è maggiore o uguale a 2?
  Nessuno ha risposto con un Sì o con un No ma con una frase del tipo : il numero è maggiore di …
  Mentre alla domanda: avete fatto colazione questa mattina? Tutti hanno risposto con un Si o con un No invece di ripetere la frase come capitato sopra. <u>Come mai?</u>
  Senza rendercene conto abbiamo evidenziato che la prima proposizione era composta da due mentre la seconda da una sola. CIOE' NON SIAMO STATI IN GRADO DI VEDERE LA PRIMA COME UNA COSA SOLA A CUI DIRE SE ERA VERA O FALSA.
  E' possibile farlo, potrebbe essere utile? Riscriviamo la cosa più chiaramente:
  IL NUMERO DEGLI INSIEMI E' MAGGIORE DI DUE <u>**O**</u> IL NUMERO DEGLI INSIEME E'UGUALE A DUE?
  Così come una casa che è composta da appartamenti, a seconda delle necessità, può essere considerata un tutt'uno oppure fatta di parti, così proviamo a vedere se riusciamo a considerare la nostra frase <u>vera o falsa</u> nel suo insieme. <u>Nel discorrere scopriamo che la frase nel suo insieme non è "bugiarda" quando almeno uno delle due affermazioni si verifica.</u>
  Abbiamo adesso capito che potevamo rispondere Sì a tutta la domanda nel suo insieme e che avremmo risposto No <u>solo se tutte e due fossero state false</u>.
  Relativamente alla frase considerata dobbiamo ancora evidenziare una cosa importante: <u>le due proposizioni che la compongono non possono essere vere contemporaneamente</u>, mentre ciò potrebbe avvenire con una frase del tipo: al mercato compro le mele o le pere.

- L'altro giorno nell'approfondire la capacità di descrivere, siamo arrivati alle rette tra di loro parallele analizzando l'angolo che ognuna di esse forma con una retta di riferimento. In pratica abbiamo esposto una frase del genere:
  <u>Se</u> due rette formano uno stesso angolo con una retta di riferimento, <u>allora</u> esse si dicono tra di loro parallele

Se … Antecedente o premessa	Allora ….. conseguente

Vediamo di esprimere la stessa cosa in altri modi:
Quando due rette formano … , esse si dicono tra di loro parallele
<u>E' sufficiente</u> che due rette …, perché si dicano tra di loro parallele

Per sintetizzare abbiamo anche detto che l'angolo di una retta rispetto ad una retta fissa determina <u>la direzione relativa.</u>

Diciamo allora:

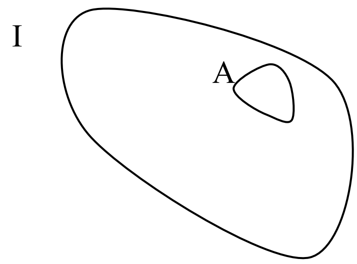
Se due rette hanno la stessa direzione rispetto ad una retta fissa, allora si dicono tra di loro parallele.
Vale il viceversa? Sì perché è ciò che è stato da noi definito.
Per scriverlo scambiamo semplicemente l'antecedente con il conseguente:

Se due rette sono tra di loro parallele, allora hanno la stessa direzione rispetto ad una retta fissa.

Ma, tutte le proposizioni con il se … allora … valgono anche al viceversa?
Cerchiamo qualche esempio dalla vita di tutti i giorni.
Alessandra suggerisce: se entro in sant'Egidio allora entro in una chiesa.
Vale l'inverso? Vediamo subito che in generale non vale.
Ma, (**attenzione!**) vale sempre e anche **la negazione dell'inverso**

SE NON ENTRO IN UNA CHIESA, ALLORA NON ENTRO IN SANT'EGIDIO

Vediamolo meglio con il linguaggio degli insiemi:



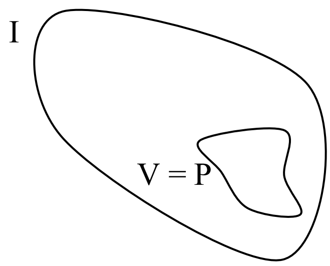
I = {Insieme delle chiese locali}
A = {Chiesa di Sant'Egidio}

E' evidente dal disegno, che se io sono in A a maggior ragione sono dentro I, viceversa se sono fuori da I a maggior ragione non potrò essere in A .
Se ti chiami Mariangela allora sei una femmina,

non vale il viceversa, ma

Se non sei una femmina, non ti chiami Mariangela
Vediamo invece con gli insiemi che cosa succede quando vale il viceversa:

Se sono un essere vivente, allora ho un genitore
Se ho un genitore, allora sono un essere vivente



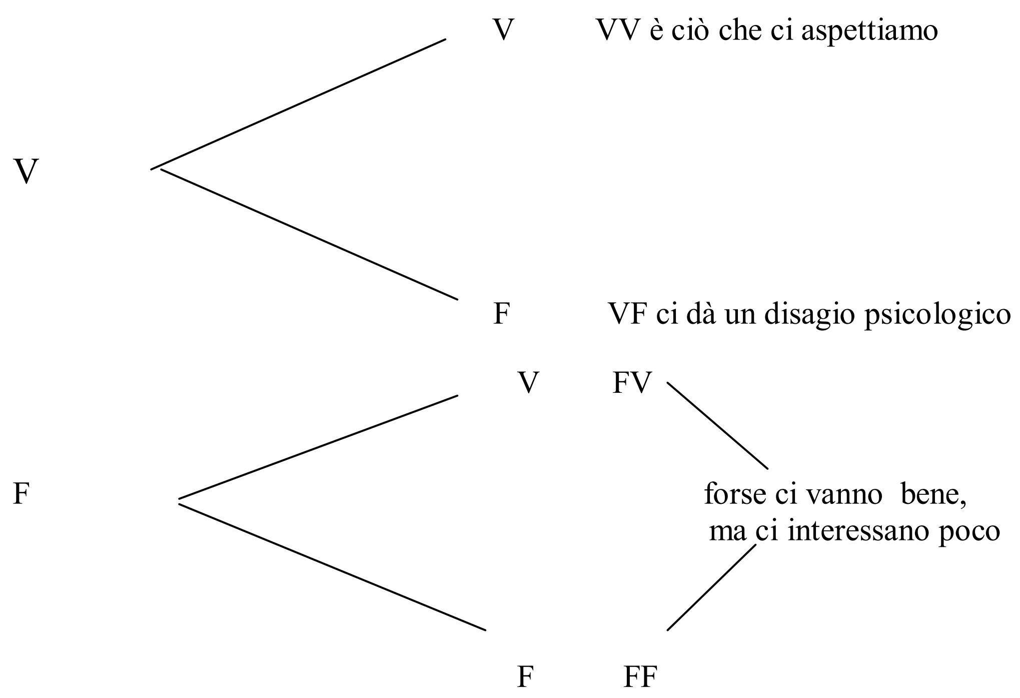
I = {Insieme delle cose esistenti}
V = {Insieme degli esseri viventi}
P = {Insieme degli esseri con genitori}

NB: Essere vivente e avere genitori sono due affermazioni equivalenti, i due insiemi che li rappresentano sono lo stesso insieme.

Analizziamo ancora una frase del tipo se … allora … dal punto di vista della comunicazione che ci offre. Per vederlo meglio evidenziamo una tabella che chiarisca l'essere vero o falso a partire dalle due parti considerate separatamente.

(Il vero o falso che caratterizza un proposizione, dal matematico viene detto **valore di verità**)
Il disegno che useremo è dato da un **diagramma ad albero**

I a parte … **Se ….**	**II a parte …** **Allora ….**



Il commento che abbiamo fatto a lato del diagramma, ci è venuto spontaneo pensando a come ci saremmo comportati nella vita di tutti i giorni di fronte a quella frase!
………

- Continuiamo ad occuparci di comunicazione.

  Nell'analizzare i multipli di 6, abbiamo scoperto che, essendo 6 = 2*3, dovevamo considerare che il numero fosse

  Multiplo di due <u>e</u> multiplo di tre

  Ci troviamo di fronte ad una proposizione composta da altre due, ma questa volta legate da una <u>e</u>.
  Questa <u>e</u> ci fa capire molte cose e soprattutto che la situazione è diversa dalla proposizione composta con la <u>o</u> che abbiamo già trovato.
  Diversa in che modo?
  Nel caso precedente, era sufficiente che una sola delle due proposizioni che la componevano fosse vera, perché ci trovassimo nella condizione di essere "soddisfatti":

Mangio la mela o la pera

Addirittura una delle due potrebbe escludere l'altra.
Vado da un'amica o sto a vedere la televisione

Nel nuovo caso tutte e due devono verificarsi altrimenti l'intera situazione non "funziona".
Per un multiplo di sei

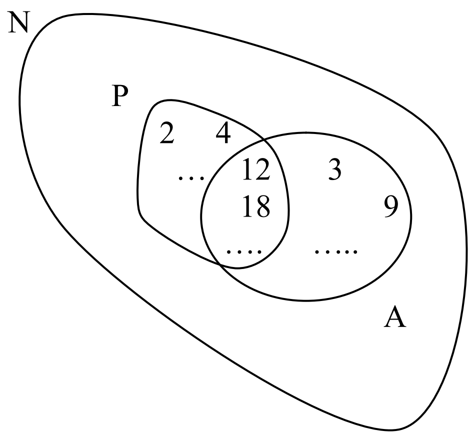
l'essere solo multiplo di due non basta
l'essere solo multiplo di tre non basta

Diciamo che

se è un numero è multiplo di 6 allora è multiplo di due (ma non viceversa)
se è un numero è multiplo di 6 allora è multiplo di tre (ma non viceversa)

analizziamo con il linguaggio degli insiemi

P = {Insieme dei numeri pari}
A ={ insieme dei multipli di 6}



e guardiamo l'intersezione dei due Insiemi A e P.

Il disegno mostra chiaramente che, guardando i numeri, non so subito se uno di essi è multiplo di 6, però so certamente che se non sta dentro nel sottoinsieme dei pari, a maggior ragione non può essere multiplo di 6.

Anche qui sfruttiamo il nostro "se … allora …"

se un numero è multiplo di 6 allora è pari

ma non vale il viceversa, ma vale

se un numero non è pari, allora non è multiplo di 6,

ed è proprio questo viceversa che mi è utile per risolvere tante situazioni.
(potevo fare la stessa cosa partendo dai multipli di 3, ma mi pare più conveniente partire dal pari perché in pratica è semplicissimo da vedere).

Concludiamo con una tabella che riassuma le nostre "sensazioni" globali sulla proposizione composta con la e, a partire dai valori di verità delle due che la compongono.

I prop	*II prop*	*proposizione composta*
V	*V*	*VV è ciò che ci serve*
	F	*VF o FV una delle due è falsa, tutto crolla!*
F	*V*	
	F	*FF "disfatta totale"*

Classe seconda, un cenno significativo.

Triangolo

Se **allora**

Equilatero

Equiangolo (ognuno 1/3 di piatto!)

le mediane sono anche altezze e bisettrici

tre simmetrie assiali

tre simmetrie di rotazione di 1/3 di giro

Allora **se**

<u>**se e solo se**</u>

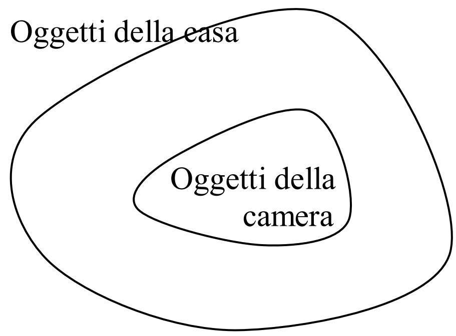
Ognuna delle qualifiche di destra è allora equivalente alla qualifica di sinistra esse sono del triangolo equilatero e solo di esso.

- Abbiamo fatto molti esempi del nostro "ragionare", come

Se un oggetto sta nella mia camera, allora sta nella mia casa.

Cerchiamo di esprimere in altri modi:

Tutti gli oggetti nella mia camera sono nella mia casa
E'sufficiente che un oggetto sia nella mia camera perché sia nella mia casa (ma non è necessario)
E' necessario che un oggetto sia nella mia casa perché sia nella mia camera (ma non è sufficiente)
Se un oggetto è nella casa, non è detto che sia nella camera
Alcuni oggetti della casa sono nella camera.
Se un oggetto non sta nella casa, allora non sta nella camera



Mi rendo però conto che l'affermazione

Triangolo equilatero $\longrightarrow$ triangolo equiangolo

è diversa dalla precedente perché vale l'inverso e l'una cosa rappresenta per l'altra condizione necessaria e sufficiente insieme.
……..
E' necessario e sufficiente che un triangolo sia equilatero perché sia equiangolo
Le due affermazioni sono equivalenti.

Analogo discorso potrebbe valere per

Triangolo rettangolo $\longrightarrow$ teorema di Pitagora

Se ho un triangolo rettangolo allora è possibile scrivere una relazione (Teorema di Pitagora) tra le aree dei quadrati costruiti sui suoi lati

Viceversa
Se ho una terna di numeri che realizzano la relazione, allora è sempre possibile costruire un triangolo rettangolo di cui essi sono la misura dei lati

Nella **Classe terza** arriva il momento di affrontare in modo approfondito tutto ciò che fino a quel momento aveva portato dall'analisi dei dati conosciuti, alla volontà o necessità di fare previsioni sul futuro: parliamo esplicitamente di introduzione alla probabilità