

Carlo Felice Manara

## LE DIFFICOLTÀ IN MATEMATICA. PROBLEMI DIDATTICI.

### 1 - L'età del capitano

La mia intenzione primitiva, nel preparare questo intervento, era rivolta soprattutto a riflettere sulle difficoltà degli alunni che hanno qualche minorazione nervosa, o psicologica o fisica, e sui problemi didattici che si ricollegano a queste situazioni. Tuttavia, una riflessione, scritta recentemente dal Collega Gabriele Lucchini (1), mi ha convinto ad estendere le mie considerazioni ad un ambito più vasto, senza tuttavia perdere di vista la problematica dell'insegnamento agli alunni in difficoltà, i quali sono inseriti nelle classi delle nostre scuole ed assistiti da appositi insegnanti detti "di sostegno".

È noto che finora gli alunni che realizzano questa tipologia sono stati inseriti soltanto nella scuola elementare e nella scuola media; ma il problema si presenterà presto massicciamente anche per la scuola media superiore, e su questo argomento è stato tenuto recentemente (2) un convegno dedicato ai problemi dell'inserimento di alunni in vario modo minorati nella scuola media superiore.

Per chiarire l'impostazione che vorrei dare al mio discorso, vorrei cominciare ricordando un problema che è diventato ormai un classico della riflessione didattica: si tratta del cosiddetto "Problema dell'età del capitano": *“Su una nave ci sono 26 pecore e 10 capre. Qual è l'età del capitano?”*

Il problema è stato proposto in un articolo intitolato: " *Quel est l'âge du capitaine ?* " da un'équipe dell'Università di Grenoble (3). La signora Stella Baruk ha addirittura scritto un libro intitolato appunto: " *L'âge du capitaine* " (4), e sull'argomento è tornato Hans Freudenthal nel suo libro recentemente da me tradotto (5). Si può pensare che un problema di questo tipo sia considerato come uno scherzo, o come una spiritosaggine di dubbio gusto; invece ciò che fa pensare è il fatto che, su 97 alunni coinvolti, 76 hanno eseguito delle operazioni aritmetiche sui numeri dell'enunciato, trovando così l'età del capitano della nave. Non si tratta quindi di un soggetto umoristico, ma di un fatto che presenta aspetti inquietanti. Da questi vorrei partire per un insieme di riflessioni che riguardano l'argomento del mio incontro: difficoltà in matematica e questioni didattiche.

Molte sono le cose che si potrebbero dire: incomincerò coll'osservare che l'atteggiamento dei piccoli clienti (ma non soltanto dei piccoli) verso la matematica è quello di chi si accosta ad una specie di magia; e nella pratica della magia di solito entrano dei comportamenti misteriosi, e delle procedure incomprensibili che funzionano non si sa perché. È interessante ricordare l'episodio descritto da L. Félix e riportato da G. Lucchini: "Non dimenticherò mai - scrive la Félix - l'esclamazione di una allieva di IV che, in un problema di algebra, avendo presa come incognita (!) il numero delle zampe di una pecora e avendo trovato come soluzione 32, rispose alla mia reazione indignata "Oh Signorina, in matematica!!" (6).

Si direbbe quindi che per l'utente medio le operazioni matematiche garantiscano la coerenza e la validità di risultati che si ottengono, in forza di certe pratiche quasi magiche, anche quando il risultato sia clamorosamente assurdo.

Freudenthal, nell'opera citata, propone come rimedio di assegnare dei dati che portino a risultati chiaramente impossibili: per esempio, scegliere i numeri in modo che il capitano venga ad avere

una età espressa da un numero a tre cifre; ma il caso della pecora con 32 gambe, di cui ho detto poco fa, mi fa pensare che il rimedio non sia sufficiente.

Del resto chi ha lavorato anche solo un poco di tempo con i Colleghi della scuola elementare, costruisce facilmente una casistica interessante di problemi risolti come quelli del capitano: per esempio, problemi che richiedono due operazioni aritmetiche successive, logicamente subordinate, in modo che la seconda utilizzi risultati della prima; si vedono spesso gli utenti eseguire la prima operazione correttamente ed a ragion veduta, e la seconda poi a casaccio. Ed anche quando capita che i calcoli siano eseguiti bene ed a proposito, si direbbe che anche troppo frequentemente la loro esecuzione materiale preoccupi più del loro significato e del loro scopo: così capita frequentemente che il ragazzino al quale è stato enunciato un problema risponda: "Devo fare la sottrazione (o la divisione, o la moltiplicazione)". Forse perché l'esecuzione dell'operazione magica occupa spesso tutta l'attenzione e le capacità di comprensione.

Ed a proposito della incomprendenza dei significati delle operazioni, vorrei ricordare qui ciò che un compianto Maestro, Giovanni Polvani, raccontò in una sua brillantissima conferenza, tenuta presso il Seminario Matematico e Fisico di Milano sul problema delle dimensioni delle grandezze (7). Raccontava Polvani, con l'arguzia toscana che gli era connaturale, di aver incontrato una volta un contadino, toscano pure lui, il quale gli aveva confidato che trovava la matematica molto misteriosa perché "...moltiplicando le lire per i sacchi (anzi il contadino diceva "le sacca" in dialetto toscano), si trovano sempre le lire e mai le sacca".

Ed è facile costatare che questi fenomeni non avvengono soltanto presso le persone ignoranti o nella scuola elementare: sono anche troppo frequenti i casi di studenti che si buttano ad eseguire calcoli algebrici inutili; oppure studenti di liceo scientifico che, di fronte a problemi di secondo grado, si preoccupano anzitutto di calcolare i numeri magici: il "delta" ed il "sigma" che erano personaggi chiave della discussione con il famigerato metodo di Tartinville: o infine studenti che hanno imparato un poco di calcolo differenziale, che si buttano a calcolare derivate per trovare massimi o minimi quando un ragionamento elementare li condurrebbe subito allo scopo.

## 2 - La matematica misteriosa e magica

Gli esempi di cui ho detto, ed altri numerosissimi che ognuno di noi può trovare attorno a sé, non appena faccia un poco di attenzione, ci pongono un insieme di interrogativi sui quali forse vale la pena di meditare. Una analisi della situazione è stata svolta dal Collega Bruno D'Amore in relazione ad un problema che egli chiama "Problema del pastore" e che è analogo a quello del capitano: " *Un pastore ha 12 pecore e 6 capre: quanti anni ha il pastore?* ".

A proposito di questo problema, D'Amore riprende il concetto di "contratto didattico", introdotto da Guy Brousseau (8bis). Tale contratto "...si instaura all'insaputa di tutti, aggirando tutti, insegnanti, allievi, matematica...". Secondo ciò che scrive D'Amore (8), le clausole di tale "contratto" sono le seguenti:

- il problema di matematica deve avere una soluzione in ogni caso
- tale soluzione deve essere ottenuta con una o più applicazioni di una o più delle quattro operazioni canoniche
- nel modo più breve possibile
- indipendentemente dal senso del testo proposto come stimolo.

Effettivamente l'analisi di D'Amore contiene molti elementi di verità: infatti, il problema del capitano (o quello del pastore) ha già fatto discutere qualche decennio fa: esso è stato oggetto di riflessioni da parte di Jules Richard (9), e richiamato da Giuseppe Peano (10). Le considerazioni svolte da questi autori, nella misura in cui ci interessano qui, ci condurrebbero a pensare ad una specie di influsso malefico della enunciazione matematica dei problemi. Infatti, il problema del capitano potrebbe per esempio essere enunciato in questo modo: "Il nome di una nave è "We're here" (11). Che età aveva il suo capitano a capodanno del 1910? "

A.Mazzotta. *L'età del Capitano?*

In un caso come questo sarebbe molto facile escogitare una procedura razionale per dare una risposta sicura: infatti il numero delle navi esistenti al mondo è finito; ciascuna di esse è iscritta nel registro navale di uno Stato. Il numero degli Stati è finito, e quindi è possibile consultare metodicamente tutti i registri navali ed ottenere, in un tempo finito, il nome e le altre notizie anagrafiche di chi capitava la nave alla data citata. Se la data di nascita non è riportata nel registro navale, lo è il luogo di nascita; quindi ancora in un tempo finito la consultazione di opportuni registri anagrafici ci porterebbe alla risposta.

Un grandissimo numero di romanzi gialli presenta situazioni in cui il classico investigatore privato va alla

ricerca di informazioni con procedure razionali che arieggiano verso quelle di cui ho detto. In questo ordine di idee il romanzo giallo presenta, a mio parere, un esempio paradigmatico di ciò che significa risolvere un problema; infatti, io vorrei dire che la soluzione di un problema è una procedura razionale per avere informazioni, o addirittura per rendere esplicite ed immediatamente e comodamente utilizzabili quelle informazioni che sono implicitamente contenute nell'enunciato; e ciò vale in particolare per un problema matematico.

Parlando di *informazioni*, io intendo ovviamente riferirmi ad un problema teorico, come sono quelli che si incontrano in matematica o in generale nella scienza: so bene che il termine "problema" è diventato quello che io chiamerei un "termine omnibus", e viene utilizzato indifferentemente per indicare ciò che una volta, quando la nostra lingua era più rispettata, veniva indicato con termini diversi e più precisi: per esempio mancanza, scarsezza, bisogno, difficoltà, intoppo, ostacolo, dubbio, incertezza, ignoranza, malessere, dolore, malattia, incapacità, confusione, disordine ecc. ecc. chi più ne ha più ne metta. Sarebbe anche facile osservare che questa confusione di termini è, come minimo, indice di scarsa capacità di analisi, di pigrizia e di ignoranza. Non voglio iniziare qui una analisi linguistica che mi porterebbe lontano, e certo fuori dell'argomento di questo incontro; mi limito quindi a citare ciò che dice Joseph De Maistre: "...ogni decadenza individuale o nazionale è immediatamente annunciata da una decadenza rigorosamente proporzionale nella lingua...(12)".

Per lasciare le questioni di lingua e tornare in argomento, vorrei dire che quindi anche un problema non matematico, come quello enunciato a proposito della goletta "We're here", può avere risposta, può essere risolto con procedure razionali. Ma se il problema è presentato con termini matematici, allora scatta il contratto didattico, e nella mente dell'ascoltatore si instaura la presunzione che la risposta debba essere data con operazioni matematiche, meglio se di natura misteriosa ed anche se non se ne capisce il senso. Ricordo che il grande Peano, già da me citato poco fa, soleva dire che: "La matematica è bella perché è semplice". Allora ci domandiamo come mai per tante persone, anche altrimenti intelligenti, la matematica risulti così oscura e misteriosa da far pensare alla magia, che ha effetti in seguito ad operazioni ed a riti misteriosi.

Io penso che il tentativo di dar risposta a questa domanda debba passare attraverso la riflessione sulla natura della matematica e sulle procedure didattiche; e vorrei fare queste riflessioni proprio avendo in vista lo scopo primitivo di

A. Mazzotta. *L'età del Capitano!*

questo mio parlare, cioè l'aiuto ai ragazzi in difficoltà.

### 3 - La matematica, pensiero astratto

Non pretendo di affrontare qui l'impresa di definire che cosa sia la matematica: mi mancano le competenze e le conoscenze in proposito; e poi non vorrei indulgere ad un'abitudine di verbalismo, spesso diffusa, che crede di aver risolto un problema quando ha trovato una formula oppure ha inventato un nome o una dicitura tecnica. Spesso, a chi mi chiede la definizione di matematica, mi viene voglia di rispondere con la celebre frase di B. Russell: "La matematica è l'insieme delle proposizioni del tipo " $p$  implica  $q$ ", in cui non si sa di che cosa si parla e non si sa se ciò che si dice è vero".

È tuttavia difficile convincere qualche interlocutore che noi non siamo in grado di definire, per esempio, il numero oppure il punto, oppure la matematica. Dobbiamo limitarci ad utilizzare il numero, a parlare del punto, a praticare in modo coerente la matematica. Tuttavia non possiamo rinunciare a rilevare qualche aspetto della matematica, che porta le sue conseguenze anche nel campo didattico.

Gli aspetti della matematica che mi preme mettere in luce qui sono due, e si riferiscono alla astrazione del pensiero matematico ed alla circostanza che oggi la matematica impiega un insieme di simboli (si potrebbe dire un linguaggio) prevalentemente convenzionale, con sintassi molto rigida.

Vorrei parlare anzitutto della astrazione del pensiero matematico: è questa una caratteristica della matematica che fonda la sua potenza e la sua generalità. Per esempio gli innumerevoli fenomeni periodici che la fisica e le altre scienze enumerano: oscillazioni di pendoli, oscillazioni di circuiti elettrici, vibrazioni di sistemi materiali, fenomeni ciclici in generale ecc., sono studiate dalla matematica con un unico schema teorico: quello di certe equazioni differenziali del II ordine, o di sistemi di equazioni di questo tipo. Tuttavia, mi pare chiaro che la generalità delle strutture matematiche venga pagata con il distacco dalla realtà sperimentale del vissuto quotidiano del discente. Nasce a questo punto il difficile problema didattico della costruzione di un sistema concettuale che permetta di dominare una realtà osservata o sperimentata; e col termine "dominare" io vorrei indicare la costruzione di un insieme di concetti astratti e di simboli, atti a rappresentare con chiarezza e precisione la realtà, a formulare le sue leggi e [soprattutto] a dedurre i risultati delle nostre manipolazioni della realtà stessa.

In questo ordine di idee io vorrei ricordare l'opinione espressa da H. Freudenthal, nell'opera citata sopra in (5): egli afferma che il ripudio della geometria nell'insegnamento della matematica costituisce un grave errore storico; infatti, secondo Freudenthal, la geometria fornisce un contesto "ricco" per la matematizzazione, e quindi per la costruzione di una teoria coerente della esperienza. Il lavoro con insegnanti di sostegno mi ha convinto della grande validità di questa opinione, la quale tuttavia va nella direzione contraria a quella della moda didattica che ha imperversato negli ultimi decenni, moda che ha introdotto la cosiddetta "Insiemistica" nella pratica della scuola, anche elementare.

Personalmente sono lieto di aver manifestato le mie perplessità più di 20 anni addietro, quando era di moda anche la cosiddetta "Matematica moderna" (13). Questa moda era, a mio parere, fondata su un equivoco didattico, molto diffuso anche oggi, che porta a credere che i concetti più profondi e più generali siano quelli più facilmente appresi. È chiaro che su questa strada si giunge presto a prescrivere di insegnare prima di ogni cosa il concetto di insieme, il relativo vocabolario tecnico della cosiddetta "insiemistica", ed il corrispondente simbolismo, in parte mutuato dall'algebra di Boole. Ora, non si possono elevare molti dubbi sul fatto che il concetto di insieme sia semplice ed anche fondamentale, almeno secondo una certa concezione molto diffusa della dottrina sui fondamenti della matematica. Ma il voler partire da questo concetto studiato esplicitamente con tutto l'armamentario simbolico convenzionale mi pare il frutto di un equivoco psicologico e

didattico: equivoco che conduce appunto a pensare che i concetti più semplici e generali siano quelli più prontamente compresi, accettati ed esplicitamente utilizzati.

Invece, a mio parere, il voler cominciare a costruire la matematica, anche in età infantile, a partire dal concetto di insieme e della relativa teoria significa assegnare una gabbia concettuale molto vasta, ma vuota, che viene via via riempita con dei contenuti esemplificativi, ed ampliata ed ammobiliata con varie strutture sempre più ricche fino a giungere alla matematica tradizionale. Tale gabbia non risveglia l'interesse del discente, che già utilizza i concetti fondamentali in ogni azione quotidiana, e non vede subito l'utilità di fare una teoria esplicita e simbolizzata su cose che a lui appaiono del tutto chiare ed elementari.

Ciò conduce ad un apprendimento sostanzialmente passivo, mentre io credo che l'apprendimento della matematica debba essere, come dice Freudenthal, una "reinvenzione guidata". Si deve trattare di una re-invenzione, cioè di una costruzione concettuale autonoma, la quale, come tale, diventa parte del patrimonio mentale del soggetto, che molto difficilmente la perderà col tempo; anzi, la completerà e la collegherà con altre sue strutture mentali; ma la reinvenzione deve essere guidata, perché l'opera del maestro deve risparmiare al discente di imboccare vicoli chiusi, di ripetere esperienze inutili, e deve condurlo a riflettere su ciò che fa, ed a prenderne esplicitamente coscienza. In questo ordine di idee, Freudenthal fa una profonda distinzione tra l'esempio particolare che viene presentato nel primo atteggiamento, diretto soltanto a dare qualche contenuto ad una gabbia vuota non costruita dal discente ma a lui imposta, e l'esempio paradigmatico, che fa da stimolo alla costruzione autonoma delle strutture mentali, perché si presenta come caratteristico e viene quasi spontaneamente generalizzato ad un livello concettuale superiore.

Credo che non si possa meglio spiegare il contrasto tra queste due concezioni didattiche che con le parole di H. Freudenthal, il quale afferma: "Il valore che si attribuisce ai discenti come essere umani determina il modo in cui ci si aspetta che essi imparino la loro matematica: con libertà oppure da schiavi, guidati oppure imbrigliati".

#### 4 - La matematica e la simbolizzazione

Abbiamo visto che la matematica ci si presenta come pensiero astratto, spesso molto distaccato dalla realtà del vissuto quotidiano dei discenti; ed ho anche parlato dell'equivoco didattico che consiste nell'iniziare dalla cosiddetta "insiemistica" la formazione matematica dei soggetti.

Vorrei ora affrontare un altro aspetto della matematica che offre spesso delle difficoltà gravi ai discenti, difficoltà che non sempre la didattica di moda aiuta a superare. Si tratta del fatto che la matematica, soprattutto nel nostro tempo, utilizza dei simbolismi artificiali che ubbidiscono a leggi sintattiche precise e perentorie.

È questa una caratteristica della nostra matematica: infatti Euclide ha scritto un trattato che è stato per secoli il solo testo di matematica della scienza, e che si può chiamare un capolavoro di rigore (per i tempi) e di chiarezza; tuttavia egli utilizza prevalentemente il linguaggio letterario abituale per presentare e sviluppare i suoi ragionamenti. Osserviamo inoltre che molti popoli, da millenni, hanno costruito un'aritmetica, adatta ai loro bisogni, con simbolizzazioni che noi oggi giudichiamo rozze e scomode, ma che venivano utilizzate con coerenza ed efficacia. Nella nostra civilizzazione occidentale le convenzioni (escogitate dagli indiani e diffuse dagli arabi) per rappresentare i numeri sono entrate soltanto nel secolo XIII; e da allora esse si sono diffuse in tutto il mondo ed ancora oggi sono il linguaggio universale dell'aritmetica, tanto teorica che applicata.

È facile osservare che queste nostre convenzioni sono di grande efficacia: infatti esse non soltanto permettono di rappresentare numeri comunque grandi, ma permettono di costruire delle procedure, degli algoritmi che consentono di eseguire con sicurezza e speditezza le operazioni sui numeri. L'importanza di queste nozioni per la nostra vita è talmente grande che noi insegniamo le convenzioni di rappresentazione e le regole delle operazioni fin dalle scuole elementari, ed imponiamo che i nostri ragazzi le memorizzino e le applichino, anche se non sempre essi ne colgono i principi e le motivazioni. Noi siamo tanto abituati ad utilizzare questi strumenti che li

consideriamo naturali e facili; ma occorre ricordare che tali non sono per tutti; e ciò si vede spesso presso i ragazzi meno dotati, che trovano difficoltà nelle operazioni fondamentali a cui questi strumenti costringono continuamente; precisamente le operazioni di cifrare e decifrare, codificare e decodificare.

Di fronte a queste difficoltà sorge in chi ha la responsabilità dell'insegnamento la tentazione di insistere in un lavoro difficile e frustrante (per l'insegnante e per il discente) che molto presto scade ad un livello di puro addestramento. Si dimentica che la razionalità dell'alunno può avere tanti modi per manifestarsi, si dimentica che l'apprendimento è una formazione interiore che non per tutti ha uno svolgimento simile; anzi verosimilmente è diverso per ogni soggetto. Ed invece si insiste a pretendere che certi meccanismi convenzionali siano posseduti e dominati speditamente. In questo ordine di idee spesso gli insegnanti si trovano intimiditi dalle prescrizioni dei programmi, i quali sembrano imporre che i discenti debbano acquisire certe abilità; e si trovano intimiditi anche da certi cultori di scienze pedagogiche, i quali spesso appaiono affascinati dalla ricerca di metodi di insegnamento, e pretendono che il lavoro e la resa di questo da parte degli insegnanti siano misurati con i metri che essi hanno stabilito.

Queste situazioni portano spesso a reazioni di rigetto e di allergia presso alunni anche normalmente dotati; e naturalmente possono presentare degli inconvenienti ancora maggiori presso i meno dotati. Ho potuto avere per esempio diverse informazioni su fenomeni di rifiuto totale dell'aritmetica da parte di ragazzi normali; ed ancora più numerosi sono i casi, di cui ho conoscenza, di ragazzi meno dotati che ripetono la filastrocca dei numeri come se fosse una cantafavola, senza afferrare ciò che dicono e naturalmente senza sapere dare senso alle parole.

Il fatto che l'insegnamento possa scadere a puro addestramento non è nuovo: per esempio già nel secolo scorso c'era chi si illudeva di poter far compiere cose prodigiose in matematica ai ragazzini: Giovanni Visconti Venosta racconta di un insegnante dell'epoca della sua infanzia (quindi dell'inizio del secolo XIX) che adottava metodi di questo tipo; ma assimila decisamente questi comportamenti all'addestramento dei cagnolini da circo (14); che era poi una pratica conosciuta anche ai Romani.

Ma, malgrado queste osservazioni, la tentazione per i docenti è forte a tutti i livelli di scuola: tutti noi conosciamo libri di algebra i cui esercizi richiederebbero capacità funambolistiche di calcolo. Si vedono proposti esercizi complicatissimi di algebra, espressioni da calcolare che assumono l'aspetto di "torte a strati" (come dicono alcuni Colleghi) oppure di "altarini" (come diceva un compianto Amico), con linee di frazione lunghe, e sopra e sotto altre linee di frazione, e sopra e sotto ognuna di queste altre linee di frazione...

Purtroppo io credo che questo tipo di didattica sia responsabile di molte reazioni di rigetto nei riguardi della matematica: ricordo per esempio una signora, molto intelligente e colta, la quale mi confessava che, in occasione della sua maturità classica, aveva ad un certo punto rinunciato a capire ed aveva studiato le formule di trigonometria come filastrocche insensate in una lingua straniera e sconosciuta.

A mio parere il pericolo maggiore di queste procedure didattiche si presenta quando l'insegnante fa del maneggio del formalismo una condizione preclusiva del progresso ulteriore del discente; e formula giudizi di incapacità o (peggio) di ritardo mentale soltanto in base a queste allergie che lui stesso ha suscitato.

D'altra parte mi pare anche chiaro che il linguaggio matematico, come qualunque altro linguaggio, richiede esercizio; questo è tanto più necessario in matematica quanto più rigida è la sintassi di questo linguaggio rispetto a quella del linguaggio comune: infatti è possibile trasmettere messaggi in italiano pur facendo errori di grammatica e di sintassi; anzi, chi ascolta radio e TV è tentato di dire che questa sia ormai la regola di coloro che credono di parlare la nostra lingua; ma nella simbolizzazione matematica ogni errore porta come conseguenza a scrivere dei simboli senza senso, oppure a comunicare delle informazioni del tutto diverse da quelle che si vorrebbero dare. Ma questo esercizio, pur necessario, non deve diventare talmente invadente ed assorbente da occupare tutte le energie e tutto il tempo; infatti in tal modo si giungerebbe a provocare delle

allergie ed a deformare l'immagine della matematica, con i risultati di cui abbiamo detto poco fa. E nel caso di soggetti con difficoltà di vario tipo ciò condurrebbe a bloccare ogni apprendimento ed a confinare qualcuno in un ghetto mortificante.

In questo ordine di idee, l'impresa didattica diventa difficile e richiede impegno ed attenzione continua; ma io credo che l'insegnamento della matematica non possa essere ridotto ad un addestramento, che risulta senza scopo: esso dovrebbe essere l'avviamento ad una formazione razionale del soggetto; razionalità di cui il maneggio del simbolismo matematico è soltanto un aspetto; e forse neppure il principale, se prendiamo in considerazione le idee esposte da Gardner in un suo interessante libro (15).

## 5 - Matematica e linguaggio comune

Ho già citato il detto di G. Peano, secondo il quale "...la matematica è bella perché è semplice"; invece essa appare a molti come complicata ed oscura. Forse un modo per uscire da certe difficoltà concettuali e didattiche può consistere nella riflessione che accosta la problematica dell'insegnamento della matematica a quella dell'insegnamento della lingua. Infatti, da questo punto di vista la matematica ci fornisce strumenti concettuali e simbolici per la costruzione di concetti, per la loro espressione e per la deduzione.

A questo proposito vorrei ricordare ciò che ho detto a proposito delle operazioni di cifrazione e decifrazione, che costituiscono il fondamento per la costruzione e per la utilizzazione della matematica. Ora io penso che occorra tenere stretti contatti tra l'insegnamento della matematica e le altre aree culturali che formano oggetto di insegnamento. In questo ordine di idee vorrei ricordare che, soprattutto a livello elementare, l'ampliamento del lessico e quindi l'acquisizione delle analogie dei termini e delle sinonimie è una operazione di importanza fondamentale; e viceversa la limitatezza del lessico e la chiusura all'ampliamento dei significati costituisce un ostacolo la cui gravità è spesso sottovalutata.

Ciò è stato ripetutamente osservato dalla Baruk, che ho già citato; personalmente ricordo una esperienza che mi è stata riferita da alcune Colleghe della scuola elementare. Riflettendo sulle operazioni aritmetiche, le Colleghe hanno voluto verificare quale fosse il significato che viene attribuito al termine "operazione", che esse volevano utilizzare nel contesto dell'aritmetica; una breve indagine, compiuta presso ragazzi delle scuole elementari, ha dimostrato che per la maggioranza dei soggetti il termine "operazione" veniva preso nel significato clinico, di operazione chirurgica; pochissimi e con difficoltà accettavano per il termine anche il significato aritmetico.

Un altro episodio, tra i moltissimi che si potrebbero riferire, mi è stato confidato da un'altra Collega della scuola elementare; essa aveva proposto un problema di aritmetica, scrivendo l'enunciato sulla lavagna. Poi aveva detto alla classe: "Copiate il testo", intendendo ovviamente di indicare ciò che essa aveva scritto sulla lavagna. Dovette constatare che diversi ragazzi avevano copiato delle righe a caso dal sussidiario, che per loro era l'unico "testo" che essi riconoscevano.

Potrei proseguire nella esposizione di una casistica di questo tipo, che ho raccolto durante anni di collaborazione con Colleghi della scuola elementare; ma preferisco osservare che questa mancanza di conoscenza del lessico rischia spesso di essere giudicata come una incapacità di astrazione e ragionamento, giudizio che conduce poi a ghettizzare dei soggetti che sarebbero capaci di un comportamento razionale e quindi di regolare sviluppo mentale autonomo.

Queste difficoltà quotidiane del lavoro didattico si sommano spesso alla illusione di poter conoscere i processi di apprendimento fino nei minimi particolari; illusione che è confortata da recenti trovate delle superiori autorità pedagogiche, le quali, partendo da una concezione didattica che presume di conoscere tutti i procedimenti di apprendimento, pretendono di imporre certe valutazioni analitiche dell'apprendimento che sono espressioni di sistemi teorici astratti e spesso preconcezioni, e in pratica si traducono soltanto in occasioni di intralci ulteriori al vero lavoro didattico.

Io vorrei invece che l'insegnamento della matematica non fosse considerato come staccato da quello delle altre materie, ma fosse concepito come una parte integrante della formazione mentale dei soggetti; di questa formazione dovrebbe far parte anche un allenamento alla progettualità pratica, diretto a far acquisire ai soggetti la massima autonomia nei giudizi e nei comportamenti che è possibile per loro; cosa che mi pare particolarmente importante nei soggetti che soffrono di minorazioni.

Soprattutto per questi soggetti mi pare che sia valida la frase di Freudenthal che ho riportato sopra; in questi casi infatti io penso che la valutazione e lo sviluppo di tutte le possibili doti intellettuali, anche se giudicate da noi di bassa qualità, sia lo scopo principale a cui dobbiamo mirare. A maggior ragione infatti questi soggetti meno fortunati hanno bisogno che la loro dignità di esseri umani sia riconosciuta e valorizzata nella scuola per opera nostra.

- (1) Gabriele Lucchini. Problemi dell'età del capitano. Scuola SE. N.8, aprile 1995.
- (2) ..dal 13 al 15 ottobre 1994, organizzato dall'Istituto di Clinica psichiatrica dell'Università di Torino.
- (3) Grand N. N.19 (dicembre 1979) e Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public. N. 323 (aprile 1980).
- (4) Stella Baruk. L'âge du capitaine - de l'erreur en mathématiques. (Paris. Edition du Seuil, 1985).
- (5) Hans Freudenthal. Revisiting mathematics education. Tradotto da C. F. Manara col titolo "Ripensando l'educazione matematica" (Brescia, La Scuola, 1994).
- (6) Lucienne Félix. Mathématiques modernes. L'enseignement élémentaire. Paris, Blanchard, 1965.
- (7) Giovanni Polvani. I fondamenti concettuali e teorici della metrologia fisica. Rend. Sem. Mat. e Fis. di Milano. 22 (1951).108-130.
- (8) Bruno D'Amore. La vita scolastica. 15 sett. 1993. Pagg. 14-16.
- (8bis) Guy Brousseau. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en didactique des mathématiques, vol. 7, n.2 (1986), pagg. 33- 115.
- (9) Jules Richard. Considérations sur la logique et les ensembles. Revue de métaphysique et de morale, 1920, pagg. 355-369.
- (10) Giuseppe Peano. Giochi di aritmetica e problemi interessanti. Torino, Paravia.
- (11) È il nome della goletta di cui si parla a lungo nel romanzo "*Capitani coraggiosi*" di Rudyard Kipling.
- (12) "...*toute dégradation individuelle ou nationale est sur-le-champ annoncée par une dégradation rigoureusement proportionnelle dans le langage.* Joseph De Maistre. Les soirées de Saint Pétersbourg. Deuxième entretien.
- (13) Carlo Felice Manara. L'insegnamento della "insiemistica" nelle scuole dell'ordine elementare e medio. Pedagogia e vita. N.6, 1973.



(14) Giovanni Visconti Venosta. Ricordi della mia vita.

(15) Howard Gardner. The frames of mind [tradotto in italiano col titolo "Formae mentis"].