ISTITUZIONI DI GEOMETRIA SUPERIORE

Programma del corso svolto nell'a.a. 1979/80

1. - Funzioni complesse di una variabile complessa. Proprietà elementari delle funzioni olomorfe: condizioni di Cauchy-Riemann e teorema e formula integrale di Cauchy. Funzioni meromorfe: singolarità, residui. Indicatore logaritmico.

(6) Chaps.10,12,13,15,16.

2. - Fasci e prefasci di gruppi abeliani. Omomorfismi. Successioni esatte. Gruppi di coomologia a valori in un fascio relativi ad un ricoprimento aperto. Raffinamenti. Gruppi di coomologia a valori in un fascio. Successione esatta di coomologia su uno spazio paracompatto. Fasci fini e loro proprietà. Risoluzioni fini: teorema fondamentale.

(3) § 2,3.

3. - Gruppi di omologia singolare intera di uno spazio topologico e loro proprietà generali. Coomologia. Superfici. Triangolazioni. Forma canonica delle superfici orientabili compatte. Gruppi di omologia e coomologia intera delle superfici orientabili compatte. Genere. Caratteristica di Eulero-Poincaré.

(2) Part 2.
(5) Chap I.

4. - Superfici di Riemann. Funzioni ed applicazioni olomorfe. I fasci $\mathcal{O}$ e $\mathcal{E}^{\infty}$. Gli operatori $\partial/\partial z$, $\partial/\partial \bar{z}$. Successione esatta e teorema di Dolbeault. Forme differenziali: i fasci $\mathcal{E}^{p,q}$. Gli operatori $d, \partial, \bar{\partial}$. Successione esatta e teorema di De Rham: sequenza derivante. Significato analitico del genere.

Il gruppo $H^1(M, \mathcal{O}^*)$ dei fibrati lineari olomorfi. I fasci $\mathcal{O}(\xi), \mathcal{E}^{\infty}(\xi), \mathcal{E}^{p,q}(\xi)$. Successione esatta e teorema di Dolbeault-Serre. Teoremi di finitezza (solo enunciato). Fibrato canonico. Teorema di dualità di Serre (solo enunciato).

(3) § 1,5.

5. - Funzioni meromorfe su una superficie di Riemann. Il fascio $\mathcal{D} = \mathcal{M}^*/\mathcal{O}^*$. Divisori. Fibrato lineare olomorfo associato ad un divisore. Il fascio $\mathcal{O}_m(\mathcal{D})$ relativo a un divisore.

Classe di Chern di un fibrato lineare olomorfo: costruzione e significato. Teorema di Riemann Roch e sue prime conseguenze.

Fibrati unipuntuali; Rappresentazione di un fibrato lineare olomorfo mediante fibrati unipuntuali.

Lacune di Weierstrass. Punti di Weierstrass su una superficie di Riemann compatta e loro numero nel caso normale. Superfici di Riemann iperellittiche.

(3) § 4,7.

6. - Rappresentazione di una superficie di Riemanna compatta come rivestimento diramato di $\mathbb{P}^1$.Grado e ordine di diramazione. Caratterizzazione delle superfici iperellittiche. Rivestimenti diramati di superfici di Riemann compatte e formula di Riemann-Hurwitz.

Legame algebrico tra una coppia di funzioni meromorfe. Curva algebrica piana associata ad una superficie di Riemann compatta. Teorema di esistenza per le funzioni algebriche. Superficie di Riemann di una curva algebrica piana.

(3) § 10.

7. - Funzioni ellittiche e loro proprietà. Le funzioni $\wp$ e $\wp'$ di Weierstrass e loro legame algebrico. La cubica ellittica. Le funzioni ζ e σ.

Il teorema di Abel. Teorema di addizione. Condizione di allineamento di tre punti sulla cubica ellittica. Flessi e loro configurazione.

Differenziali abeliani di prima specie e loro periodi. Relazioni bilineari di Riemann (solo enunciati).

(1) Libro VI.

8. - Superfici di Riemann di genere zero: $\mathcal{M}(\mathbb{P}^1) \simeq \mathbb{C}(z)$. Superfici di Riemann di genere uno come tori complessi e cubiche ellittiche.

Spazio proiettivo complesso n-dimensionale. Immersione di una superficie di Riemann compatta in $\mathbb{P}^n$. L'applicazione $M \longrightarrow \mathbb{P}^n$ associata ad un fibrato lineare olomorfo su M. Criterio di molta ampiezza. Immersione in $\mathbb{P}^3$.

Applicazione canonica e sue proprietà. Il caso iperellittico. Superfici di Riemann di genere due. Curve canoniche di genere tre e quattro.

(4) Chap. 1.
(3) § 10.

9. - Curve algebriche piane e loro proprietà elementari. Risultante e discriminante. Teorema di Bezout. Curve razionali. Cenno alla risoluzione delle singolarità mediante trasformazioni quadratiche. Caratteri plückeriani e formule di Plücker (solo enunciati). Genere di una curva piana.

(7) Chaps. III,IV,V.

B i b l i o g r a f i a

(1) F. ENRIQUES, O. CHISINI. Teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche. Zanichelli. Bologna,1934.

(2) M. J. GREENBERG. Lectures on Algebraic Topology. Benjamin, New York,1967.

(3) R. C. GUNNING. Lectures on Riemann surfaces. Princeton Univ. Press. Princeton, N. J.,1966.

(4) S. LANG. Elliptic Functions. Addison-Wesley.1973.

(5) W. S. MASSEY. Algebraic Topology: an introduction. Springer-Verlag,New York, 1978.

(6) W. RUDIN. Real and Complex Analysis. Mc. Graw-Hill. New York, 1966.

(7) R. J. WALKER. Algebraic Curves . Dover. New York, 1962.