ISTITUZIONI DI GEOMETRIA SUPERIORE

Programma del corso svolto nell'a. a. 1978/79

1. - Superfici. Triangolazioni. Orientabilità. Forme normali delle superfici orientabili compatte; poligono canonico. Complessi di catene. Gruppi di omologia simpliciale e singolare e loro invarianza; numeri di Betti. Gruppi di omologia delle superfici orientabili compatte; genere, caratteristica di Eulero-Poincaré. Relazione tra H_1 ed il gruppo fondamentale.

   [5] , Chaps. 4,5.
   [2] , Part 2.

2. - Funzioni complesse di una variabile complessa. Proprietà elementari delle funzioni olomorfe. Formula integrale di Cauchy. Singolarità. Indicatore logaritmico. Inversione delle funzioni olomorfe. Sviluppi di Puiseux.

   [1] , Chaps. 2,4.

3. - Superfici di Riemann; esempi. Funzioni algebriche; teorema di esistenza. Prolungamento analitico. Superficie di Riemann di una funzione algebrica. Funzioni ed applicazioni olomorfe. Funzioni meromorfe e loro proprietà. Rivestimenti diramati. Formula di Riemann-Hurwitz.

   [5] , Chaps. 2,3,4,5.
   [4] , Chap. 2.

4. - Partizioni dell'unità. Forme differenziali del secondo ordine; integrali di supeficie. Forme differenziali del primo ordine; integrali di linea. Forme differenziali esatte e chiuse; loro proprietà. Teorema di Stokes. Calcolo differenziale esterno su una superficie. Omomorfismo *. Operatore di Laplace. Caratterizzazione delle forme chiuse ed esatte. Differenziali armonici ed olomorfi su una superficie di Riemann. Teorema di Cauchy. Differenziali meromorfi.

   [5] , Chap. 6.

5. - Spazi di Hilbert. Sottospazi e complementi ortogonali. Lo spazio $L^2(S)$ ed i suoi sottospazi E, E^*, H. Operatori regolarizzanti. Decomposizione canonica di una forma $\omega \in L^2(S) \cap C^3(S)$.

   [5] , Chap. 7.

6. - Teorema di esistenza per differenziali armonici e meromorfi con singolarità del tipo $d(1/z^n)$ e con singolarità del tipo $d[\log(z-a/z-b)]$. Gli spazi dei differenziali armonici ed olomorfi su una superficie di Riemann compattà. Periodi dei differenziali abeliani di prima specie e loro proprietà; relazioni bilineari di Riemann. Differenziali abeliani di seconda e terza specie e loro periodi.

   [5] , Chaps. 8,10.

7. - Divisori su una superficie di Riemann compatta e loro proprietà. Divisori principali. Classi di equivalenza. Gli spazi $L(\mathfrak{a})$ e $\Omega(\mathfrak{a})$. Teorema di Riemann-Roch. Grado dei differenziali abeliani. Condizione di annullamento di $i(\mathfrak{a})$. Esistenza di funzioni meromorfe. Superfici di Riemann come rivestimenti diramati di $\mathbb{P}^1$. Legame algebrico tra una coppia di funzioni meromorfe. Teorema di Abel.

   [5] , Chaps. 10,4.

8. - Superfici di Riemann di genere zero; $\mathcal{M}(\mathbb{P}^1)=\mathbb{C}(z)$. Superfici di Riemann di genere uno. Tori complessi e loro proprietà. Funzioni ellittiche. Funzioni $\wp$ e $\wp'$ di Weierstrass e loro legame algebrico. La cubica ellittica. Il teorema di Abel per le funzioni ellittiche. Condizione di allineamento di tre punti sulla cubica ellittica e sue applicazioni. Superfici di Riemann di genere due.

[3] , Chap. 11.
[4] , Chap. 1.

9. - Curve algebriche piane e loro proprietà elementari. Risultante e discriminante. Teorema di Bézout. Curve razionali. Trasformazioni birazionali: cenno alla riduzione delle singolarità mediante trasformazioni quadratiche. Caratteri plückeriani e formule di Plücker. Genere di una curva piana.

[6] , Chap. III,IV,V.

Bibliografia

[1] L. V. AHLFORS. *Complex Analysis*. Mc Graw-Hill, New York, 1966.

[2] M. J. GREENBERG. *Lectures on Algebraic Topology*.Benjamin, New York, 1967.

[3] S. LANG. *Complex Analysis*. Addison-Wesley, 1977.

[4] G. L. SIEGEL. *Topics in Complex Function Theory, I*. Wiley Interscience, New York, 1973.

[5] G. SPRINGER. *Introduction to Riemann Surfaces*. Addison-Wesley, 1957.

[6] R. J. WALKER. *Algebraic Curves*. Dover, New York, 1962.