

LA MATEMATICA NELLA STORIA E NELLA CULTURA.

1 La matematica ha una storia.

Il titolo di questo mio intervento riproduce esattamente il titolo di un'opera di un grande matematico del secolo XX: Federigo Enriques; grande matematico, ripeto, che seppe esprimere idee profonde anche in campo umanistico, tra l'altro meditando sul significato storico della matematica e sul suo ruolo nel progresso della società civile, e non soltanto nell'ambito scientifico. Questa precisazione faccio perché non si pensi che io voglia saccheggiare a man salva il pensiero di chi aveva una statura intellettuale molto superiore alla mia, e voglia farmi bello del pensiero altrui.

Invero per molte persone, anche intelligenti e colte, può sembrare strano che la matematica abbia una sua storia. A questo proposito vorrei ricordare ciò che accadde a me quando, parlando con un medico giovane ed intelligente, ed avendo casualmente parlato di "storia della matematica" dovetti registrare il suo stupore sul fatto che esista una dottrina che si qualifica come storia della matematica. Ho dovuto spendere un poco di tempo e di eloquenza per cercare di convincerlo che la matematica ha una storia, così come ogni altra attività umana intellettuale: l'arte, la letteratura, la medicina ecc. E non soltanto la matematica ha una storia, ma è profondamente inserita nella storia della cultura umana, e nello sviluppo della società civile. Ho creduto per un certo tempo che questo episodio a me accaduto fosse del tutto singolare; ma un collega, al quale lo citavo, mi disse che anche a lui era capitato qualche cosa di analogo.

Questi fatti mi fanno sorgere il sospetto che nel sentire comune, anche, ripeto, tra persone intelligenti e colte, sia diffusa un'immagine della matematica che non rende giustizia a questa dottrina, e circoli invece un'idea che fa della matematica una materia di servizio, una specie di

male necessario che qualcuno deve usare per ottenere certi risultati, ma che ha lo stesso livello, lo stesso "status" epistemologico e filosofico di una qualunque altra tecnologia: utile, spesso addirittura necessaria, ma fastidiosa da studiarsi e spesso ostica ed astrusa.

Rinuncio, per il momento almeno, ad approfondire l'analisi di questo fatto. Ho qualche fondato sospetto che qualche colpa sia anche da addebitarsi a noi matematici ed alla didattica che abbiamo adottato da tempo, didattica che spesso suscita addirittura repulsione per la materia insegnata. Del resto questo inconveniente non è nuovo: mi limito ad osservare che anche Sant'Agostino, nelle sue Confessioni [1], ricorda la "odiosa cantilena" con la quale insegnavano l'aritmetica a lui bambino:

"Jam vero unum et unum duo, duo et duo quatuor odiosa cantio mihi erat..."

Eppure il grande matematico italiano Giuseppe Peano ha lasciato scritto: La matematica è bella perché è semplice". Ed un altro grande matematico italiano, Vito Volterra, osò scrivere a colui che a quei tempi reggeva l'Italia come un dittatore: "Muoiono gli imperi, ma i teoremi di Euclide conservano eterna giovinezza".

È lecito allora domandarsi quale sia l'origine dell'entusiasmo che animava queste intelligenze



superiori nei riguardi di una dottrina che offre a molti tanta difficoltà, e genera spesso tante antipatie. Possiamo tentare di rispondere dicendo che forse questi entusiasmi sono generati da quella bellezza, puramente intellettuale, che è lo splendore della verità inoppugnabile.



Americo Mazzotta. Fierté.

2 - Il fascino della certezza.

Quale che sia la validità di queste mie congetture mi pare che sia sotto gli occhi di tutti il fatto che nella mentalità corrente [popolare, ma non soltanto in quella] vi sono atteggiamenti psicologici radicati che riguardano certe pretese misteriose caratteristiche dei numeri. Si potrebbe dire che ci sono delle culture che guardano al numero ed in genere alla matematica come ad un dominio misterioso, in cui entrare con mezzi esoterici, per ottenere un dominio sull'universo che non è consentito ai comuni mortali. Ci sono delle fissazioni magiche e cabalistiche riguardanti i numeri, fissazioni che ancora oggi hanno una vita quasi sotterranea, ma non spenta.

Circolano dottrine quasi metafisiche sui numeri, che ostentano origini storiche risalenti a Pitagora ed alla sua scuola.

Non dico nulla di nuovo né di strano ricordando che, anche nelle società che si dicono evolute e moderne, sussistono delle preclusioni psicologiche nei riguardi di certi numeri, considerati particolarmente "infausti" o apportatori di sfortuna; così come è chiaro che certi altri numeri [per esempio il sette, il dodici ed altri] sono entrati profondamente nella nostra psicologia, non fosse altro che per la tradizionale scansione del tempo. Gli storici hanno tentato di ricercare le radici di questi atteggiamenti psicologici; a titolo di informazione vorrei ricordare che qualche storico ha analizzato per esempio le convenzioni ebraiche per i nomi dei numeri, ed ha messo in relazione certe particolarità delle convenzioni stesse con lo scrupolo di evitare anche la più lontana assonanza del nome di qualche numero con il nome di Dio [2].

Non è neppure necessario soffermarci sulla vasta letteratura esoterica che riguarda le misure di monumenti misteriosi come le note Piramidi egiziane: qualche entusiasta pretende che nei numeri che quantificano le misure stesse siano scritte profezie importantissime, per noi e per il mondo, che aspettano di essere decifrate. Non è mia intenzione avviarmi sulla strada della cosiddetta "numerologia"; forse per timore di avviarmi verso un'atmosfera di antri faustiani, o per non evocare figure misteriche, come la celebre "Melencolia" di Albrecht Durer, incisione nella quale campeggia, come è noto, un quadrato magico, e nella quale si possono scorgere strumenti geometrici ai piedi del misterioso personaggio alato che sta al primo piano nella figura. Devo quindi avvertire che non intendo occuparmi di questo aspetto della matematica, aspetto che pure in passato [e forse anche nel presente, come ho detto] ha avuto una influenza non indifferente sulla cultura e quindi anche sul comportamento umano; non intendo addentrarmi in esplorazioni cabalistiche, invece intendo occuparmi dell'aspetto per così dire "solare" della matematica. E con questa espressione intendo indicare il sole come sorgente di luce, e quindi pensare la matematica come ricerca di chiarezza, di trasparenza concettuale e di certezza deduttiva; cioè intendo guardare alla matematica come una chiave di lettura delle realtà, per mezzo della scienza modernamente intesa.

In questo ordine di idee, penso che un aspetto importante del fascino che la matematica esercita sulle menti sia dato dalla certezza delle sue conclusioni: perfino i giornalisti sportivi, quando vogliono dire che sono certi di un certo risultato futuro di eventi calcistici cucinano delle frasi come "...ormai la squadra X è matematicamente in serie A". Ed a questo proposito vorrei ricordare che il matematico olandese Hans Freudenthal ha scritto che nella sua lingua (l'olandese appunto) il vocabolo che indica la matematica ha radici diverse da quelle che si riscontrano nelle altre lingue: precisamente tale vocabolo è "Wiskunde", che potrebbe essere tradotto liberamente con il sintagma "scienza della certezza"; esso è stato introdotto nella lingua olandese dal matematico Stevin, a cui si devono, tra l'altro, studi fondamentali di statica [2].

Nasce ora spontaneamente la curiosità che ci porta a domandarci di qual tipo sia questa certezza matematica che ha ispirato tanti entusiasmi e tante riflessioni ai matematici ed ai filosofi; e ci possiamo anche domandare in quale epoca storica abbia avuto origine tale caratteristica di certezza intellettuale di cui stiamo parlando. Sappiamo infatti che esistevano delle nozioni matematiche presso popoli molti antichi: assiri, ebrei, indiani, arabi, cinesi, Maya. Ma personalmente sono del parere che la matematica a livello propriamente scientifico, come la intendiamo oggi, sia un dono inestimabile che la civiltà greca ha fatto a tutta l'umanità. (*)

Vorrei confortare questo mio parere con l'opinione di Peter R. Cromwell, il quale ha scritto:

"Il concetto di dimostrazione è la caratteristica che distingue la matematica greca da quella delle culture precedenti. Infatti non è certo che le civiltà precedenti la greca sapessero formulare delle proposizioni di valore generale, e non vi sono tracce della esistenza di argomentazioni logiche usate per confermare i metodi della cultura pre-ellenica. Nei documenti della matematica antica si incontra soltanto la descrizione di una procedura, spesso presentata con la trattazione di esempi particolari. I Greci invece non soltanto formularono proposizioni generali, ma le accompagnarono con validi ragionamenti ed argomentazioni dirette a confermare la loro validità" [3].

Non ritengo inutile ricordare queste cose, e confermare la mia opinione con il parere di studiosi autorevoli, perché penso che la confusione su questi argomenti contribuisca a dare un'immagine della matematica che è errata, ma è anche troppo diffusa. E non si creda che questo sia un fenomeno recente: infatti nel riflettere sulla storia della matematica mi capita spesso di ricordare l'episodio del filosofo e matematico Proclo, vissuto in Alessandria d'Egitto nel V secolo della nostra era, e della sua polemica con i filosofi epicurei suoi contemporanei. Costoro sostenevano che "...la geometria è una scienza inutile, perché insegna delle cose che anche i somari conoscono". Infatti - dicevano - la geometria insegna, per esempio, che un lato di un triangolo è minore della somma degli altri due; ma questo fatto è noto anche agli asini, perché nessun somaro, per andare ad un mucchio di fieno, percorre due lati di un triangolo se può limitarsi a percorrere il terzo. Dunque, concludevano gli Epicurei, la geometria è la scienza dei somari.

La risposta del matematico fu che, se ci si limita al contenuto delle informazioni, la scienza dell'uomo coincide, in questo caso, con quella del somaro. Ma la differenza essenziale sta nel fatto che l'uomo conosce il perché delle cose, e sa dimostrare con certezza che esse debbono stare in un certo modo e non possono sussistere diversamente [4].

È facile accorgersi che le argomentazioni contro cui combatteva Proclo a suo tempo appaiono stranamente simili a quelle che abbiamo ascoltato in tempi molto più vicini a noi a proposito della nostra scuola e delle materie che vi si insegnano. Abbiamo infatti dovuto ascoltare fino alla nausea le proteste i cui contenuti erano, nella maggioranza, i seguenti: che gli insegnamenti della scuola sono astratti, troppo teorici, distanti dalla realtà e dunque e soprattutto inutili. Questi pareri circolano, vengono ripetuti e squadernati, formano i cavalli di battaglia di tanti uomini politici e personaggi riformatori dilettanti; si direbbe che, per esempio, per coloro che parlano tanto frequentemente, sia assolutamente inutile sapere come e perché un sistema sociale, una struttura economica, una macchina qualunque funzionano, e quindi sia dannoso sprecare tempo e fatica per insegnare i "perché": basta ed avanza conoscere a tempo e luogo quali sono i bottoni giusti da premere per far funzionare le cose.

Per esempio ho letto qualche tempo fa un'intervista di un uomo influente e partigiano della nuova didattica; questa intervista era data in forma di dialogo tra il modernista ed il tradizionalista, il quale si doleva del fatto che i giovani preferiscono passare il loro tempo ai video-giochi piuttosto che meditando il pensiero di Platone. Rispondeva l'uomo politico altezzosamente che se il tradizionalista si fosse trovato su un aereo in difficoltà, avrebbe preferito che il pilota non avesse passato la sua gioventù a meditare sul pensiero di Platone, ma avesse sviluppato con i video-giochi l'addestramento alle decisioni pronte, rapide ed efficaci nelle manovre importanti e vincenti. E non pare che la meditazione sulle pagine di Platone conferisca un addestramento cosiffatto; e poi quel filosofo voleva che la cosa pubblica fosse governata da uomini saggi e sapienti, cosa che forse spiega l'avversione istintiva che per lui aveva l'uomo politico in parola. Opinioni come queste sono ampiamente diffuse tra le famiglie che scelgono le scuole a cui inviare i propri figli: in sintesi si potrebbe dire che a moltissimi genitori in parola interessa che la scuola addestri ad agire sulle cose più che al conoscerle, cioè alla conoscenza delle loro ragioni e dei loro fondamenti.

Tempo fa, quando ci fu l'irruzione dei computer nella nostra scuola, ci fu la corsa delle famiglie all'acquisto del computer, ed alla richiesta dei corsi di informatica nella scuola, al posto delle vecchie materie giudicate inutili; una ditta di computer lanciò la parola d'ordine "chi non saprà maneggiare il computer sarà l'analfabeta del futuro"; ed è ovvio che le famiglie non vogliano che i figli siano analfabeti: li mandano a scuola proprio per evitare che restino analfabeti; e non pensano che possano, a suo tempo, diventare magari degli analfabeti di ritorno, e proprio a causa del tipo di istruzione che hanno ricevuto.

3 - Il linguaggio della scienza.

Ho parlato del fascino della certezza, che mi pare tipico della matematica; ma ora vorrei cercare di riflettere su un altro aspetto di questa dottrina: un aspetto che la presenta come un linguaggio, un insieme di procedure di concettualizzazione e di strutture di comunicazione che è ormai diventato praticamente esclusivo per certe tecniche e certe scienze della natura, per esempio per la fisica moderna.

Lo stretto legame che esiste tra il pensiero e la sua espressione, verbale o scritta, cioè tra il pensare ed il comunicare è un fatto su cui hanno riflettuto e riflettono filosofi e scienziati. Per limitarmi alla matematica, io sono solito ricordare il progresso fondamentale, il "salto" storico che è avvenuto per la nostra scienza quando in Occidente si sono diffuse quelle convenzioni per la rappresentazione dei numeri che ancora oggi utilizziamo ed insegniamo nelle nostre scuole. Come è noto, queste convenzioni sono di origine indiana, e sono giunte a noi attraverso gli Arabi. Leonardo Pisano, detto il Fibonacci, le introdusse in Italia nel secolo XIII. La lettura delle opere di questo autore fa capire chiaramente quale specie di progresso, intellettuale e pratico, abbia avuto la sua origine in questo episodio: per convincersene basta provare ad eseguire una qualunque operazione aritmetica, anche non molto importante, utilizzando le convenzioni romane (quelli che vengono chiamati "numeri romani"). Io tenderei a considerare questa epoca come la data di nascita della matematica modernamente intesa. Ma occorre attendere fino al secolo XVII per leggere in Galileo la dichiarazione esplicita del fatto che la matematica è il linguaggio per così dire ufficiale della scienza fisica (egli parla di filosofia naturale), perché l'Universo, il gran libro della natura che sta continuamente aperto davanti ai nostri occhi, è scritto in caratteri matematici; e quindi soltanto chi conosce questi caratteri potrà leggere in quel libro. Altrimenti si troverà rinchiuso in un "oscuro labirinto".

Si potrebbe dire che in questo passo di Galileo (si trova nel "Saggiatore", titolo che allude al bilancino dell'orefice) è stato redatto ufficialmente l'atto di nascita della fisica matematica modernamente intesa. Ed infatti si ebbero via via i progressi giganteschi che portarono alla matematica del primo novecento: l'invenzione del calcolo infinitesimale, lo studio del moto dei corpi rigidi, lo studio del moto dei fluidi, la termodinamica, cioè genericamente la scienza dei

fenomeni fisici irreversibili, la geometria differenziale. Parallelamente si sviluppava il calcolo delle probabilità, inteso come razionalizzazione delle questioni che riguardano le decisioni pratiche in condizioni di informazione incompleta e l'algebra della logica. La matematica estendeva progressivamente il proprio ambito, ed assumeva una nuova immagine: dalla vecchia immagine di scienza della quantità o scienza dei numeri passava progressivamente all'immagine di scienza di procedure, di simboli e di strutture sintattiche e logiche.

Ho nominato poco fa la geometria differenziale, e non voglio lasciar passare l'occasione per ricordare che proprio le notazioni simboliche sviluppate dal geometra italiano Gregorio Ricci Curbastro fornirono ad Albert Einstein gli strumenti simbolici e concettuali per la formulazione della teoria della Relatività generale. Ed è questa, a mio parere, una ulteriore prova del fatto che il giudizio di utilità o di inutilità di certe strutture teoriche può essere molto labile, spesso è destinato ad essere smentito dal progresso inarrestabile del pensiero scientifico.

4 - I tempi a noi vicini.



A.Mazzotta. Uomo del '600: Blaise Pascal

Ho parlato poco fa della matematica fino alla prima metà del Novecento. In quest'epoca infatti si è accentuato il carattere del quale ho parlato: la matematica ha mutato la sua immagine, e dalla vecchia immagine di scienza dei numeri ha assunto quella di studio di procedure mentali e di strutture logico-algebriche. Ancora in tempi recenti circolavano libri e manuali i cui titoli accennavano alla "matematica moderna"; e questi titoli hanno fatto sperare qualcuno che si trattasse di una specie di "matematica senza lacrime", una dottrina relativamente facile da apprendere e da applicare. Direi che queste opere sono una prova del rifiorire degli studi di algebra astratta, cioè la prova del fatto che la matematica sta concentrando la propria attenzione soprattutto sulle procedure, rifiutando di farsi qualificare attraverso i contenuti del proprio discorso.

Ma sarebbe un'illusione destinata a cadere presto il pensare che questo mutamento di

prospettive possa ridurre notevolmente l'impegno che deve essere dedicato alla comprensione ed alla appropriazione delle idee e delle loro concatenazioni. Quello Hans Freudenthal che ho citato scrive esplicitamente che l'apprendimento della matematica deve essere una "re-invenzione guidata"; ed il sintagma re-invenzione indica abbastanza chiaramente che il discente non può avere un atteggiamento puramente passivo. Penso che in questo ordine di idee sia sempre valida la frase che, secondo una certa aneddotica, Euclide disse ad un re, e cioè che non esiste una "via regia" alla matematica. Ed io penso che volesse dire che nessuno può fare al mio posto quello sforzo di appropriazione, di re-invenzione, che mi dà il possesso di un'idea; ma, una volta che questo sforzo viene fatto, allora quella idea è come se fosse nata da me, è mia nel pieno senso della parola.

Per chiudere questo mio intervento mi rimane da spendere qualche parola sull'impatto clamoroso della tecnologia informatica sulla matematica, impatto che è incominciato alla fine

della seconda guerra mondiale e che ancora oggi sta dando i suoi frutti e sta cambiando un certo tipo di matematica applicata. La possibilità di attingere informazioni e di gestirle con una immediatezza ed una comodità che solo pochi anni fa appariva inimmaginabile ha permesso anche di ottenere dei risultati notevolissimi, e di risolvere problemi che stavano sul tappeto da secoli. Ma io sono convinto che non sarà la macchina che potrà sostituire la creatività della mente umana: potrà certamente fornirci delle informazioni inattese o prima irraggiungibili, ma non potrà sostituire l'intuizione e la creazione.

Già il grande Blaise Pascal, che costruì una delle prime (se non la prima in assoluto) tra le macchine calcolatrici ha lasciato scritto: "La machine d'arithmétique fait des effets qui approchent plus de la pensée que tout ce que font les animaux; mais elle ne fait rien qui puisse faire dire qu'elle a de la volonté, comme les animaux.

[1] Sant'Agostino. Confessioni. Libro I, cap. 13.

[2] Hans Freudenthal. Revisiting mathematical education. China Lectures. [Tradotto in italiano da Carlo Felice Manara col titolo: "Ripensando l'educazione matematica." Brescia, 1994].

[3] The characteristic of Greek mathematics, which distinguishes it from that of earlier cultures, is the notion of proof. It is uncertain whether early civilisations could even formulate propositions in a general context, and there are no traces of deductive arguments being used to justify methods in any pre-Hellenic culture. In all ancient mathematics there is just a description of a process, often given as a sequence of worked examples. The Greeks not only stated general propositions, but furnished them with rational arguments to demonstrate their validity. Peter R Cromwell. Polyhedra. Cambridge, 1997.

[4] Cfr. Thomas L. Heath. The thirteen books Euclid's Elements. Cambridge, 1956. Book I. Prop. 20.

Lezione tenuta presso la "Università per la terza età". Piacenza, 24 ottobre 2001.

(*) N. d. R. Vedere anche: Lucio Russo. *La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna.* Feltrinelli Editore, Milano, 1996

Testo rieditato da file, settembre 2016.