

A. P. NORDEN, *Elementare Einführung in die Lobatschewskische Geometrie*. Ediz. Deutsche Verlag der Wissenschaften (Berlin 1958) - 259 pagine. (Traduzione dal russo)

Il volume consta di 12 capitoli preceduti da un capitolo introduttivo; la struttura dell'opera è la seguente: nella introduzione l'A. inquadra il suo argomento esponendo delle idee generali sulla Geometria e sul metodo deduttivo e fornendo inoltre delle notizie storiche sul postulato euclideo delle parallele e sulla persona e l'opera di Lobatschewski.

Nel I Capitolo l'A. fonda la Geometria piana classica su cinque gruppi di postulati: postulati di appartenenza, postulati di ordinamento, postulati del movimento, postulato di continuità, postulato delle parallele.

Il II Capitolo è dedicato a Teoremi di Geometria piana assoluta (cioè indipendente dalla affermazione o dalla negazione del postulato euclideo delle parallele); in questo Capitolo viene definita la retta parallela ad una retta  $r$  per un punto  $P$  fuori di essa in un certo verso con un elemento separatore (nel senso di Dedekind) tra le rette per  $P$  secanti la  $r$  e le rette non secanti. Il rapporto di mutuo parallelismo tra due rette viene caratterizzato attraverso il comportamento delle distanze dei punti di una retta dall'altra.

Il Capitolo III è dedicato al postulato di Lobatschewski ed alle sue conseguenze.

Il Capitolo IV tratta delle questioni di equivalenza nel piano di Lobatschewski e delle proprietà del difetto angolare dei poligoni.

Il Capitolo V è dedicato alle curve fondamentali del piano (cerchi, oricicli ed ipercicli).

Nel Capitolo VI l'A. completa il sistema di postulati enunciati nel Capitolo I per giungere a fondare la Geometria dello spazio; nel VII tratta delle più notevoli proprietà di Geometria assoluta dello spazio.

Il Capitolo VIII è dedicato alla Geometria della orisfera, il IX° alla introduzione (per via elementare) della funzione esponenziale e delle funzioni iperboliche; il X alla Trigonometria iperbolica.

Il Capitolo XI tratta della assenza di contraddizione del sistema geometrico di Lobatschewski ed infine il Capitolo XII illustra i rapporti della Geometria di Lobatschewski con la Matematica moderna ed in particolare la influenza che su quest'ultima ha avuto la Geometria non euclidea.

Nella prefazione l'A. dichiara di aver voluto dare una esposizione della Geometria di Lobatschewski che fosse « ... elementare ma in pari tempo sistematica e rigorosa ». Effettivamente, come si vede subito dalla esposizione sommaria, l'opera è stata concepita come un tutto unico ed organico, sufficiente per dare al lettore una buona conoscenza del sistema geometrico di Lobatschewski e permettergli di comprendere la sua genesi storica ed i suoi rapporti con gli altri rami della Matematica, presentandogli inoltre gli aspetti ed i problemi principali di un moderno sistema ipotetico-deduttivo e permettergli di valutare i rapporti della Matematica, ed in particolare della Geometria, con le altre Scienze ed il significato ed i limiti delle teorie scientifiche.

Varie impostazioni di concetti per via elementare e numerose dimostrazioni che si trovano nel volume sono particolarmente ingegnose: ricordiamo tra l'altro la introduzione delle funzioni iperboliche e della metrica proiettiva; il pregio dell'opera da questo punto di vista non appare sostanzialmente diminuito da qualche squilibrio che si può notare qua e là, per esempio in relazione all'uso esplicito del concetto di « limite » e della relativa notazione per risolvere il problema elementare della misura dei segmenti.

Per quanto riguarda il rigore della trattazione, che l'A. si propone come uno tra i suoi scopi, pensiamo che tale espressione non sia stata intesa dall'A. stesso in senso assoluto, perché altrimenti andrebbe osservato che varie deduzioni potrebbero essere migliorate e qualche enunciato potrebbe - se non rettificato - essere reso più immediatamente comprensibile. Di questi però si sono ben accorti gli stessi traduttori dell'opera i quali hanno aggiunto numerosi complementi e rettifiche a piè di pagina ed in parentesi esplicative nel testo, senza del resto (a nostro parere) giungere ad eliminare sostanzialmente ogni difetto di questo tipo.

Alla fine del volume vi è un elenco bibliografico di 78 opere in prevalenza riguardanti argomenti di Geometria, elenco che evidentemente non è stato concepito con intenzioni di esauriente completezza ma probabilmente soltanto con scopo orientativo a vantaggio del lettore russo.

CARLO FELICE MANARA