Carlo Felice Manara

LA MATEMATICA ESISTE

Qualche tempo fa una diffusa rivista di didattica, alla quale ho sovente collaborato, ha messo in programma la pubblicazione di una serie di articoli, il cui titolo doveva essere press'a poco del tipo: "Che cosa dovrebbe sapere una persona colta di fisica (o di storia, o di chimica, o di un'altra delle materie delle nostre scuole medie superiori). (*) Forse si voleva in certo modo costruire una specie di "Sillabo" di contenuti di conoscenze fondamentali, che dovrebbero costituire il patrimonio elementare di ogni cittadino che voglia legittimamente essere detto colto. Quando venne il turno della matematica fui molto dubbioso se accettare il gentile invito della direzione della rivista, ed ebbi molti momenti di pentimento dopo di aver accettato. Ancora oggi infatti confesso che non saprei che cosa scrivere in un "Sillabo" di matematica, destinato ad elencare le nozioni di questa dottrina che una persona colta (che, ovviamente, non sia un matematico di professione) deve necessariamente avere per dirsi tale. Cercai di superare le perplessità e le difficoltà impostando il discorso sulla tesi che "Non occorre che la persona colta, (che non sia uno di quei professionisti che impiegano la matematica per la loro professione), sappia molte cose di matematica; ciò che più importa è che sappia che la matematica esiste." Mi pare giusto cercare di spiegare il significato che io volevo dare alla frase provocatoria affermante che "la matematica esiste". Non si tratta ovviamente di affermare che esiste un insieme di nozioni e di procedure che vengono insegnate fin dalla scuola elementare, e che fanno parte di quei contenuti minimi, che salvano dall'analfabetismo, e che in altri tempi erano enunciati con i tre verbi classici: "leggere, scrivere e far di conto". È noto per esempio che nel linguaggio popolare inglese si parla delle "Tre erre" (The Three R's), che poi vengono umoristicamente enumerate parlando di "Reading, Writing and Arithmetics"(espressioni nelle quali di "erre" iniziali ce n'è soltanto una !) Se così fosse molti potrebbero rispondere che lo sanno molto bene che la matematica esiste; e forse anche molti aggiungerebbero che il ricordo della matematica che hanno dovuto studiare nella scuola secondaria ancora oggi è sgradito e fastidioso.

Ricordo un mio compagno di liceo, che alla maturità aveva dovuto "riparare" matematica ad ottobre, come allora si usava, il quale, a distanza di molti anni, in occasione degli incontri periodici tra ex-liceali, mi salutava recitando una formula di trigonometria (sempre la stessa): era forse la sola che gli fosse rimasta nella memoria, ovviamente distaccata da ogni significato e da ogni motivazione, ed egli me la ripeteva, forse credendo di farmi piacere. Ricordo pure una gentile ed intelligente signora la quale mi confessava che, in occasione della maturità classica, dopo molti sforzi inutili per capire, aveva accettato di imparare a memoria le formule di trigonometria come si memorizzano i versi di una poesia scritta in una lingua che ci è totalmente estranea.

C'è da domandarsi quale sia l'immagine della matematica che queste due persone amiche porteranno dentro di sé fino alla tomba, così come avviene di altre numerosissime persone che ho incontrato e con le quali ho scambiato qualche idea sull'argomento, e che hanno analoghe disposizioni nei riguardi della matematica. O, forse meglio, c'è da domandarsi di chi sia la responsabilità di una didattica la quale lascia nei cervelli un'immagine così deforme di una dottrina che è fondamentale per la scienza moderna della Natura, ed ha una storia plurisecolare. Ma queste domande non si riferiscono soltanto alla recente didattica della matematica: anche Sant' Agostino, nelle sue “Confessioni” (Libro I, cap. 13), ricorda il tedio delle lezioni di aritmetica scrivendo: ”Unum et unum duo, duo et duo quatuor, odiosa mihi cantio erat”[1]. Dove si vede che anche nell’antichità si riteneva molto utile la memorizzazione dei risultati di certe operazioni aritmetiche elementari; e che la ripetizione corale fino alla noia di questi risultati era anche a quei tempi una pratica utilizzata nelle scuole per ottenere la memorizzazione.

A.Mazzotta: *ça c’est dure*.

Anche vien fatto di domandarsi come mai una scienza che, dalla sua nascita, è sempre stata il paradigma della chiarezza e della certezza lasci nell’animo di tanti l’immagine di oscurità, astruseria, difficoltà concettuali e confusione. Quindi la mia espressione paradossale tendeva proprio a far riflettere che la matematica non si riduce a quelle regole formali, che appaiono spesso arbitrarie e prive di senso, non si riduce alle procedure stabilite e fossilizzate, oppure ai calcoli complicati e pieni di tranelli, ma che esiste un intero “continente matematica” che una certa didattica tradizionale nasconde e addirittura rende per sempre antipatico, invece di stimolare la curiosità e poi l’ammirazione e l’entusiasmo di chi accetta il piccolo sforzo di visitarlo. L’accettazione dell’esistenza di questo “continente” potrebbe forse anche essere il primo passo per avviare a soluzione quella questione delle “due culture” che periodicamente affiora sulle pagine della stampa periodica e pare non progredire di un passo verso il chiarimento, nonostante il passare del tempo e la maturazione degli animi e dei cervelli .

2 La matematica ha una storia.

Ma forse l’accettazione dell’esistenza del “continente matematica” non è sufficiente per dare a questa dottrina il posto che le compete nella considerazione delle persone di cultura; e per contrastare addirittura un certo vezzo, non raro presso alcuni rappresentanti della cultura strettamente umanistica, di dichiarare, quasi facendosene un vanto, “…che non hanno mai capito la matematica". Dichiarazione che spesso accompagna sperticate affermazioni di ammirazione per i cultori della matematica. Personalmente, in presenza di cosiffatte dichiarazioni di ammirazione, ho pensato spesso che esse volessero nascondere un atteggiamento - più o meno conscio - di soddisfazione per il possesso di una cultura superiore: quella che ha dimestichezza con i problemi veri e profondi dell'animo umano. Atteggiamento forse dettato, anche se alla lontana, da un certo spirito ispiratore della nota espressione crociana, che qualificava come "pseudoconcetti" i concetti delle scienze. È capitato a me, ed anche ad alcuni amici, di incontrare delle persone, peraltro colte, le quali hanno mostrato meraviglia nell'apprendere che esiste una dottrina che ha nome "storia della matematica": si meravigliavano del fatto che la matematica abbia una storia, come qualunque altra attività umana, soprattutto se intellettuale: la letteratura, l'arte, la filosofia ecc. E forse non si è lontani dal vero pensando che una tale meraviglia dipenda dal fatto che per questi soggetti la matematica non ha nulla a che vedere con la cultura.

Da parte mia vorrei invece tentare si impostare una riflessione, domandando se la matematica non sia stata anche stimolatrice di cultura nei tempi passati, e se non lo sia anche oggi; e nel caso in cui la risposta sia affermativa [magari con limitazioni e riserve] su che cosa si fondi questo stimolo, e come si possa prenderne esplicitamente coscienza. È questo l'atteggiamento assunto da un grande maestro della matematica italiana, Federigo Enriques, nella sua classica opera intitolata "La matematica nella storia e nella cultura". E per svolgere questo tema, vorrei incominciare con una breve riflessione sulla evoluzione storica della matematica.

Poiché ritengo che la costruzione del concetto di numero e l'operazione del contare siano ad un livello assolutamente elementare della attività intellettuale umana, penso che non vi sia ragione di stupore nel constatare che presso moltissimi popoli antichi esistono tracce di rappresentazione dei numeri e di operazioni su di essi. Per fare un solo esempio, ricorderò che nella Bibbia si trovano espressioni come "contare le pietruzze", che provano la esistenza di una attività aritmetica notevole presso i popoli del medio Oriente in epoca biblica. Occorre tuttavia attendere la civiltà greca per incontrare una attività matematica che ha le caratteristiche teoriche della nostra matematica. Vorrei esprimere in questa sede questo concetto con le parole di Peter R. Cromwell, ([2] Polyhedra. Cambridge, 1997):

….The characteristic of Greek mathematics, which distinguishes it from that of earlier cultures, is the notion of proof. It is uncertain whether early civilizations could even formulate propositions in a general context, and there are no traces of deductive arguments being used to justify methods in any pre-Hellenic culture. In all ancient mathematics there is just a description of a process, often given as a sequence of worked examples. The Greeks non only stated general propositions, but furnished them with rational arguments to demonstrate their validity.

Si potrebbe quindi affermare che la matematica razionale, quella che fornisce la certezza delle proposizioni con lo strumento della dimostrazione logica, ha avuto inizio con la civiltà greca. In questo ordine di idee si potrebbe quindi dire che il celebre trattato degli "Elementi" di Euclide costituisce un esempio unico, per i suoi tempi, ed anche per noi, di trattato scientifico: si tratta infatti di un'opera nella quale si enunciano chiaramente i termini impiegati e le proposizioni iniziali non dimostrate, e si dimostrano poi rigorosamente tutte le proposizioni seguenti. Vorrei inoltre aggiungere che nella geometria greca la certezza delle conclusioni logicamente ineccepibili è accompagnata da un appello suggestivo alla immaginazione spaziale, e l'argomentazione deduttiva ricalca gli schemi della logica verbale ordinaria: Pertanto non dovrebbe sembrare esagerata la mia opinione che la matematica greca costituisca una delle glorie più luminose del pensiero classico. A tal punto che la argomentazione di stile geometrico è diventata nella storia il paradigma della chiarezza e della certezza, come dimostra il classico esempio offerto da Baruch Spinoza, che ha scelto come titolo di una sua opera "*Ethica more geometrico exposita*". Il fascino che su certe menti esercitano questi monumenti del pensiero astratto è forse confermato da un episodio di storia recente che mi è accaduto di conoscere: il grande matematico Vito Volterra, una delle glorie della nostra scienza e della matematica italiana, osò scrivere a colui che era all'epoca il nostro dittatore: "Muoiono gl'imperi, ma i teoremi di Euclide conservano eterna giovinezza".

www.cnr.it

Per completare il quadro del livello altissimo raggiunto dal pensiero greco nell'ambito matematico, occorre ricordare che questo pensiero non soltanto portò all'umanità una massa di nozioni ancora oggi considerate come fondamentali, ma si preoccupò anche di analizzare le procedure che conducono la nostra mente alla scoperta della verità, mettendo in luce i due momenti (come di un'andata e un ritorno) che vennero chiamati di "analisi" e di "sintesi", che la nostra mente vive quando ricerca la verità o cerca la risposta a qualche problema. (**)

3 La ricerca della certezza.

Volendo riassumere in breve ciò che è stato detto fin qui, si potrebbe dire che con la matematica greca inizia per l'umanità anche la grande avventura della ricerca della certezza della conoscenza. E questo aspetto della dottrina matematica è richiamato persino nei modi di dire quotidiani, quando ci si esprime dicendo che un certo enunciato o un certo fatto è "matematicamente" certo; perché la matematica offre il paradigma della chiarezza degli enunciati e della validità ineccepibile delle deduzioni. E vale la pena di aggiungere che questo possesso della verità, che appare assoluto nelle sue origini e nella procedura con cui è conquistato, costituisce per molti cultori della dottrina uno degli aspetti più avvincenti e spesso addirittura affascinanti. A questo proposito ritengo interessante ricordare che all'epoca della civiltà alessandrina, il matematico e filosofo Proclo polemizzò con certi filosofi epicurei suoi contemporanei, i quali sostenevano che la geometria è una scienza inutile, perché insegna delle cose che anche i somari conoscono. Infatti la geometria insegna, per esempio, che un lato di un triangolo è minore della somma degli altri due; ma questo fatto è noto anche agli asini, perché nessun somaro, per andare ad un mucchio di fieno, percorre due lati di un triangolo se può limitarsi a percorrere il terzo. Dunque, concludevano gli epicurei, la geometria è la scienza dei somari. La risposta del matematico fu che, se ci si limita al contenuto delle informazioni, la scienza dell'uomo coincide, in questo caso, con quella del somaro. Ma la differenza essenziale sta nel fatto che l'uomo conosce il perché delle cose, e sa dimostrare con certezza che esse debbono stare in un certo modo e non possono sussistere diversamente [3]. A questo proposito mi piace qui ricordare ciò che è stato scritto da Hans Freudenthal [41]; egli scrive infatti che il vocabolo che in lingua olandese indica la matematica è stato virtualmente coniato dal matematico Stevino (Simon Stevin, 1548-1620) ed è "Wiskunde": la scienza del certo.

Questa caratteristica essenziale della matematica, di essere una dottrina che raggiunge un certo tipo di certezza in modo certamente superiore ad ogni altra dottrina, parrebbe contraddetta dalla esistenza di un ramo della matematica, che è molto importante, dal secolo XVII in poi; intendo dire di quel capitolo che viene chiamato il "calcolo delle probabilità". Una opinione superficiale, che si fonderebbe soltanto sul suono delle parole o poco più, porterebbe a pensare che la matematica abbia il potere di rendere certo anche ciò che per varie circostanze non lo è. Ma le cose non stanno così: perché quella che si considera come la certezza data dalla matematica è certezza generata dalle procedure deduttive, che non sempre si riflette sui contenuti delle proposizioni che si enunciano, soprattutto se queste riguardano fatti o proprietà dell'universo fisico che ci circonda, e nel quale siamo immersi. Ritorneremo su questa importante distinzione, per ora basti precisare che il calcolo delle probabilità utilizza gli strumenti e le procedure della matematica per raggiungere il massimo di razionalità possibile in certi nostri comportamenti in condizioni di incertezza, provocata da informazioni insufficienti. Non si tratta quindi di creare la certezza dove non esiste fin dall'inizio, ma di scegliere in modo coerente il comportamento più razionale tra quelli possibili.

Il fatto che si stia parlando ora di certezza generata dalla matematica mi offre l'occasione per presentare qui qualche precisazione che non credo del tutto inutile: mi pare infatti che sia sotto gli occhi di tutti il fatto che nella mentalità corrente (popolare, ma non soltanto in quella) vi sono atteggiamenti psicologici radicati che riguardano certe pretese misteriose caratteristiche dei numeri. Si potrebbe dire che ci sono delle culture che guardano al numero ed in genere alla matematica come ad un dominio misterioso, in cui entrare con mezzi esoterici, forse per ottenere un dominio sull'universo che non è consentito ai comuni mortali. Ci sono delle fissazioni magiche e cabalistiche riguardanti i numeri, fissazioni che ancora oggi hanno una vita quasi sotterranea, ma non spenta. Circolano dottrine quasi metafisiche sui numeri, che ostentano origini storiche molto antiche. Non dico nulla di nuovo né di strano ricordando che, anche nelle società che si dicono evolute e moderne, sussistono delle preclusioni psicologiche nei riguardi di certi numeri, considerati particolarmente "infausti" o apportatori di sfortuna; così come è chiaro che certi altri numeri (per esempio il sette, il dodici ed altri) sono entrati profondamente nella nostra psicologia, non fosse altro che per la tradizionale scansione del tempo. Gli storici hanno tentato di ricercare le radici di questi atteggiamenti psicologici; a titolo di informazione vorrei ricordare che qualche storico ha analizzato per esempio le convenzioni ebraiche per i nomi dei numeri, ed ha messo in relazione certe particolarità delle convenzioni stesse con lo scrupolo di evitare anche la più lontana assonanza del nome di qualche numero con il nome di Dio (52).

Non è neppure necessario soffermarci sulla vasta letteratura esoterica che riguarda le misure di monumenti misteriosi come le note Piramidi egiziane: invero qualche entusiasta pretende che nei numeri che quantificano le misure stesse siano scritte profezie importantissime, per noi e per il mondo, che aspettano di essere decifrate. Non è mia intenzione avviarmi sulla strada della cosiddetta "numerologia"; forse per timore di avviarmi verso un'atmosfera di antri faustiani, o per non evocare figure misteriche, come la celebre "Melencholia" di Albrecht Dürer, incisione nella quale campeggia, come è noto, un quadrato magico, e nella quale si possono scorgere strumenti geometrici ai piedi del misterioso personaggio alato che sta al primo piano nella figura. Devo quindi avvertire che non intendo occuparmi di questo aspetto della matematica, aspetto che pure in passato [e forse anche nel presente, come ho detto] ha avuto una influenza non indifferente sulla cultura e quindi anche sul comportamento umano; non intendo addentrarmi in esplorazioni cabalistiche, ma invece intendo occuparmi dell'aspetto che vorrei dire "solare" della matematica. E con questa espressione intendo indicare il sole come sorgente di luce, e quindi pensare la matematica come ricerca di chiarezza, di trasparenza concettuale e di certezza deduttiva; cioè intendo guardare alla matematica come ad una chiave di lettura della realtà, per mezzo della scienza modernamente intesa.

4 Una chiave di lettura delle realtà fisiche.

Mi sono finora sforzato di presentare il lucido splendore intellettuale della matematica greca; ma ricordo anche di aver detto che lo strumento di deduzione che essa utilizza metodicamente è fornito dalla logica verbale aristotelica; e già un celebre passo di Platone dimostra come fosse ben presente presso i geometri la distinzione tra simboli ed oggetti del discorso matematico. *“.....I geometri si avvalgono di figure visibili, e ragionano su di esse, ma non ad esse pensando, bensì a ciò di cui esse sono le immagini, ragionando sul quadrato in sé, sulla diagonale in sé, e non su quelle che disegnano. Lo stesso si dica per tutte le figure che disegnano o modellano, di cui si servono come immagini (a guisa si ombre o di immagini riflesse sulle acque) cercando di vedere certe verità che si non si possono vedere se non col pensiero…* “ [7] Platone. La repubblica. 510, d, e

Ciò che doveva iniziare il cammino che conduce alla matematica modernamente intesa era un evento storico di estrema importanza per il nostro discorso: l’introduzione nel mondo occidentale delle convenzioni simboliche per rappresentare i numeri; convenzioni che ebbero la loro origine in India e furono trasmesse a noi dagli Arabi. Non credo che valga la pena di insistere sull’importanza che questo evento storico ha avuto per la nostra scienza: basti osservare che queste convenzioni fanno parte ormai del linguaggio di tutti i paesi civili, e sono insegnate in tutti nei cicli scolastici a livello elementare. Esse permettono non soltanto di rappresentare in modo comodo e coerente dei numeri interi comunque grandi, ma soprattutto permettono di eseguire, in modo comodo, uniforme e sicuro anche le operazioni aritmetiche su di essi. Ma è facile convincersi che un calcolo potrebbe essere considerato come una operazione di deduzione, una procedura per trarre certe conclusioni da certe premesse; conclusioni che risultano certe, in modo paradigmatico, proprio in forza della semplicità e della, per così dire, automaticità delle procedure con le quali si giunge ai risultati a partire dai dati.

L’adozione del metodo sperimentale nelle scienze della natura viene comunemente considerata come uno degli elementi fondanti della scienza, così come noi la consideriamo; si lascia invece spesso in ombra il fatto che nello stesso periodo storico si è verificata anche un’altra rivoluzione metodologica che riguarda la scienza; una rivoluzione che io chiamerei linguistica, perché riguarda i mezzi simbolici con i quali la scienza rappresenta i propri oggetti ed esegue le deduzioni, che fanno passare dalle ipotesi di lavoro alle conclusioni da sottoporre al vaglio della esperienza eventualmente convalidante. Penso che queste idee siano molto bene espressa da una pagina di Galileo, il quale scrive, nel suo dialogo “Il Saggiatore":

La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l’universo) ma non si può intendere se prima non s’impara a intender la lingua e conoscer i caratteri ne’ quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto. [8] Galileo Galilei - Il Saggiatore 1623.

Penso che in queste righe sia presentato il carattere principale di quella rivoluzione linguistica a cui accennavo poco sopra; e vorrei aggiungere che Galileo, nella sua opera, ha mostrato chiaramente che il linguaggio matematico non soltanto è lo strumento che serve per rappresentare la realtà materiale fisica, ma è anche, di conseguenza, lo strumento principale per la deduzione. Questa, ripeto, si presenta sotto forma di calcolo, cioè di una procedura che consegue i propri risultati svincolata dal linguaggio comune ed in modo assolutamente distaccato dal significato concreto dei simboli sui quali opera. Ed è facile convincersi del fatto che questo distacco è garanzia di generalità e di certezza deduttiva. Garanzia di generalità, perché è chiaro che le conclusioni che si conseguono in un caso sono valide per ogni altro caso che sia rappresentabile con i medesimi simboli. Garanzia di certezza deduttiva, perché la procedura di calcolo è, per così dire, automatica, e retta dalle leggi della sintassi dei simboli adottati. Sintassi che, nei casi elementari, ci si presenta sotto l’aspetto delle famigerate “tabelline”, e delle leggi di calcolo delle operazioni aritmetiche elementari, che già erano odiose a Sant’Agostino, come abbiamo visto. Si tratta di una sintassi che, in generale, è rigidissima ma semplice, ad un punto tale che noi affidiamo le deduzioni, cioè i calcoli in questo caso, a sistemi materiali (meccanici o elettronici).

5 La matematica è diversa.

I caratteri di cui abbiamo parlato, e precisamente l’astrattezza e l’impiego metodico del simbolismo, sono aspetti in certo modo fondamentali della matematica di oggi. E forse sono proprio questi caratteri a rendere difficile l’opera di chi voglia insegnare questa dottrina a coloro i quali non sono disposti ad apprezzare certe caratteristiche intellettuali di cui abbiamo parlato: infatti l’astrattezza può rendere qualcuno svogliato nell’intendere ciò che si cela sotto il simbolo; e l’impiego inevitabile di quest’ultimo può favorire una didattica che mira soltanto al rispetto delle regole formali sintattiche, e dimentica invece di far capire che la fatica e forse la noia dell’esercizio nel maneggio dei simboli è il prezzo da pagare per raggiungere quell’ideale di certezza che ha entusiasmato tante menti superiori durante i secoli. Si spiegherebbero così certe situazioni di incomprensione ed addirittura di rifiuto a cui ho accennato poco fa.

Credo che queste difficoltà didattiche siano bene espresse da ciò che esprime Hans Freudenthal [4] quando asserisce che “La matematica è diversa”. Essa è diversa dalle scienze della natura, che partono dalla osservazione della realtà materiale e costruiscono una spiegazione dei fenomeni formulando ipotesi, e verificando la loro validità con l’esperimento o con le osservazioni instancabilmente ripetute; di conseguenza la sua didattica dovrebbe essere studiata “ad hoc”. Secondo l’Autore olandese, la didattica della matematica dovrebbe partire da ciò che egli chiama un “contesto ricco” e mirare allo scopo di conseguire nei discenti quella che egli chiama una “reinvenzione guidata” dei concetti e delle strutture. Non si tratterebbe quindi di realizzare una didattica in cui si lascia piena libertà di inventare senza regole, ma di una guida ad appropriarsi dei concetti e del linguaggio che conduca i discenti alla situazione psicologica di chi ha inventato personalmente le idee e le procedure, anche se queste si inquadrano nella logica inesorabile che è una delle strutture portanti della dottrina. Forse una didattica di questo tipo rischierebbe di andare contro le tradizioni consolidate, ma porterebbe anche una ventata di aria nuova, e richiamerebbe verso la matematica delle intelligenze che non meritano di essere private della conoscenza di una delle dottrine fondamentali per la nostra scienza ed in definitiva per la nostra civiltà.

[1] Sant’Agostino. Confessioni. Libro I , cap. 13.

[2] Peter R. Cromwell. Polyhedra. Cambridge, 1997.

[3] Cfr. Thomas L. Heath. The thirteen books Euclid’s Elements. Cambridge, 1956. Book I. Prop. 20.

[4] Hans Freudenthal: Revisiting mathematical education. China Lectures. [Tradotto in italiano da Carlo Felice Manara col titolo: "Ripensando l'educazione matematica." Brescia, 1994]

[5] Simon Stevin. 1548-1620

[6] Cfr. Geneviève Guitel. Histoire comparée des numérations écrites. Paris (1975).

[7] Platone. La repubblica. 510, d, e.

[8] Galileo Galilei - Il Saggiatore 1623.

Nota. L’articolo è comparso nel N. 476 di Studi Cattolici (ottobre 2000), pp. 691 - 695 con il titolo “LA MATEMATICA ESISTE”: ricordiamo che l’ONU aveva dichiarato il 2000 “Anno della matematica”.

Testo reimpaginato da file, settembre 2016

(*) N.d.R. *Che cosa una persona colta deve sapere di matematica*. Nuova Secondaria, 2, 8 (1985), 15-18.

(**) N.d.R. Vedere anche: Lucio Russo. *La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*. Feltrinelli Editore, Milano, 1996