

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO - Contratti C.N.R. nn. 89.01234.01 e 90.01146.CT01

ATTI DEL CONVEGNO DI STUDIO PER LA STORIA DELL'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA IN ITALIA IN OCCASIONE DEL 75° COMPLEANNO DI CARLO FELICE MANARA - 10-11 aprile 1991  
a cura di Laura Citrini e Gabriele Lucchini con la collaborazione di Simonetta Di Sieno

QUADERNI "MAFIP" n. 1 – 1991 - Dipartimento di Matematica "F. Enriques" Via C. Saldini, 50 - 20133 Milano, Italia

### PRESENTAZIONE

Il convegno è stato organizzato per festeggiare CARLO FELICE MANARA come studioso di Pedagogia e di Didattica della Matematica (altri aspetti della sua attività scientifica e didattica sono stati oggetto del Convegno di Geometria in onore di Carlo Felice Manara, Salò - 18 e 19 aprile 1991), non solo ricordandone gli ampi e significativi contributi segnalati nella bibliografia appositamente preparata, che raccoglie più di duecento titoli, ma anche proponendo un tema di ricerca che, come ha scritto il prof. De Michele presentando il convegno al Magnifico Rettore, può essere considerato "di fondazione di un settore di studi reso particolarmente attuale dalla istituzione della scuola di specializzazione per insegnanti".

Nel breve intervento che ha preceduto la sua conferenza, il prof. Manara ha detto: *"Veramente mi piace che si sia dedicato un convegno alla storia dell'insegnamento perché, come diceva George Bernard Shaw e come tutti sanno, la storia è maestra della vita, ma l'unica cosa che ha insegnato è che gli uomini non imparano niente dalla storia. Invece, io vorrei dedicare un poco di attenzione alla storia dell'insegnamento della Matematica proprio perché potessimo imparare qualche cosa dall'evoluzione recente delle ricerche sulla nostra scuola."*

Le adesioni al convegno e i testi presentati hanno confermato l'interesse per il tema proposto e l'opportunità di proseguirne la trattazione, non solo con l'Archivio per la Storia dell'Insegnamento della Matematica in Italia e con la Banca Dati Ricerca Didattica Matematica, presentati durante il convegno. Ci auguriamo che, anche se presentati in forma di dischetto per personal computer MS-DOS, questi atti contribuiscano a stimolare sviluppi e approfondimenti.

### DIARIO DEI LAVORI E TESTI PER GLI ATTI

Attività di mercoledì 10 aprile 1991

**Parte prima** - apertura dei lavori e relazioni presieduta dalla prof.ssa CESARINA TIBILETTI MARCHIONNA:

Presentazione del convegno, ricordo del prof. Modesto Dedò, presentazione delle bibliografie di C. F. Manara e di M. Dedò preparate per il convegno.

Saluti a Carlo Felice Manara:

- prof. PAOLO MANTEGAZZA (Magnifico Rettore dell'Università degli Studi di Milano)
- prof. MARCELLO FONTANESI (Preside della Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali dell'Università degli Studi di Milano)
- prof. LEONEDE DE MICHELE (Direttore del Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano, anche in rappresentanza del Presidente dell'Unione Matematica Italiana)
- prof. ATTILIO AGNOLETTI (in rappresentanza del Consiglio Direttivo dell'IRRSAE Lombardia)
- prof. LUIGI AMERIO (in rappresentanza dell'Istituto Lombardo - Accademia di Scienze e Lettere)
- prof. MARIO DOLCHER (in rappresentanza del MOLRUI - CNADSI)

Conferenza del prof. CARLO FELICE MANARA:

*Programmi ministeriali e insegnamento della Matematica nella scuola elementare.*

Relazione del prof. CARMELO MAMMANA (Presidente della Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica), integrata da contributi del prof. VINCENZO VITA:

*La storia della didattica della Matematica in Italia: alcune riflessioni.*

**Parte seconda** - Invito alla Matematica:

Proiezione di audiovisivi condotta dal prof. FRANCESCO SPERANZA (direttore del Centro di Sperimentazione e Documentazione dei Mezzi Didattici della Matematica, Università di Parma).

Programmi per personal computer presentati dalla prof.ssa LAURA CITRINI CARIBONI (Presidente della Sezione Milanese della Mathesis).

Attività di giovedì 11 aprile 1991 e comunicazioni scritte

**Enti e riviste:**

Pietro Nastasi e Filippo Spagnolo:

*Indagine bibliografica sulle pubblicazioni matematiche periodiche italiane attinenti principalmente alla didattica.*

Fulvia Furinghetti e Annamaria Somaglia:

*Giornali matematici a carattere elementare nella seconda metà dell'Ottocento.*

Teresa Marino e Filippo Spagnolo:

*Considerazioni storiche su "Il Pitagora" (Giornale di Matematica per gli alunni delle scuole secondarie).*

Biagio Micale:

*"Esercitazioni matematiche": una rivista ad uso degli studenti universitari.*

Aldo Scimone:

*Il Circolo matematico di Catania tra ricerca e didattica.*

Laura Citrini:

*La Mathesis e la sezione milanese.*

Adele Repola Boatto:

*Attività dell'IRRSAE MA.RCHE: una indagine conoscitiva.*

Mario Ferrari:

*Il contributo del Gruppo di ricerca didattica di Pavia.*

AA. VV.:

*La Biblioteca "Giovanni Ricci" del Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano.*

*La Sezione Matematica del Centro Interdipartimentale per la Ricerca Didattica dell'Università degli Studi di Milano.*

*I contratti CNR "La Matematica nella formazione integrale della persona".*

*Il P.RI.ST.EM (Progetto Ricerche SToriche E Metodologiche).*

#### Programmi e didattica:

Francesco Speranza:

*L'immagine della Matematica nei programmi della scuola italiana.*

Carlo Rovelli:

*Formalizzazione e realtà nel pensiero matematico.*

Gianfranco Gambarelli:

*Controriforma della Matematica nella scuola media.*

Elda Valabrega:

*Strutture, modelli, problemi: tre momenti nella didattica della Matematica.*

#### Libri, materiali, argomenti:

Arturo Bodini:

*La geometria euclidea nei programmi di istruzione classica della scuola italiana.*

Nicolò Guicciardini:

*La Matematica alla Hoepli: passato e presente.*

Simonetta Di Sieno e Massimo Galuzzi:

*Sulla storia dell'insegnamento dell'Algebra nelle Università.*

Patrizia Previtali:

*Influenze del bourbakismo nella didattica della Matematica per la scuola media superiore.*

Andrea Zavaglia:

*Osservazioni sui rapporti tra l'algebra astratta e la fisica del liceo scientifico dopo gli anni 60.*

Ida Bertocchi e Adriana Gnudi:

*Matrec, un sistema didattico interattivo per il recupero di prerequisiti algebrici.*

Renato Betti:

*Categorie, pratica e insegnamento della Matematica.*

Giovanni Ferrero:

*I frattali nella scuola.*

Piero Brunet:

*Calcolo combinatorio nella scuola elementare: un esperimento in atto in Valle d'Aosta.*

Pascal Dupont:

*Probabilità: spunti storici al servizio della didattica.*

Alberto Marini:

*Procedure per la gestione di dati bibliografici e lessicografici.*

Ercole Castagnola:

*Il data base "enti".*

*Il seminario di Matematica MPI-Sogesta di Urbino (5/10/1990).*

Laura Citrini Cariboni:

*I programmi \*.exe per il convegno.*

Gabriele Lucchini:

*Sui fondamenti della professione di docente di Matematica.*

*Un programma per lo studio degli "Elementi" di Euclide.*

*I dischetti ASIM - BDRD.M per il convegno.*

Dibattito su "Problemi operativi e prospettive per una storia dell'insegnamento della Matematica in Italia".

Presentazione di ASIM - Archivio per la Storia dell'Insegnamento della Matematica in Italia.

Presentazione di BDRDM - Banca Dati Ricerca Didattica Matematica, con la collaborazione di Marina Carabelli.

Ermanno Marchionna. *Scomparsa di Modesto Dedò (dal Notiziario U.M.I.)*

*Giugno 2017. Intervento di Carmelo Mammana, reimpaginato da*

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO - Contratti C.N.R. nn. 89.01234.01 e 90.01146.CT01

ATTI DEL CONVEGNO DI STUDIO PER LA STORIA DELL'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA IN ITALIA  
IN OCCASIONE DEL 75° COMPLEANNO DI CARLO FELICE MANARA

10-11 aprile 1991 - a cura di Laura Citrini e Gabriele Lucchini con la collaborazione di Simonetta Di  
Sieno

QUADERNI "MAFIP" n. 1 – 1991

Dipartimento di Matematica "F. Enriques" Via C. Saldini, 50 - 20133 Milano, Italia

<http://users.mat.unimi.it/users/lucchini/cfms3c1.htm>

## LA STORIA DELLA DIDATTICA DELLA MATEMATICA IN ITALIA: ALCUNE RIFLESSIONI

Carmelo Mammana - Presidente della C.I.I.M.

Dipartimento di Matematica dell'Università di Catania

Lavoro eseguito nell'ambito del progetto 40% M.U.R.S.T. "Ricerche Teoriche Sperimentali in Didattica della Matematica".

1. Per quanto riguarda la storia della Didattica della Matematica in Italia non mi sembra che ci sia stato un grande interesse né presso gli studiosi di Storia della Matematica in genere, né presso i ricercatori in Didattica della Matematica; d'altra parte ritengo che una conoscenza ed un inquadramento storico dei vari fatti (qui per fatti non intendo avvenimenti ma idee e loro sviluppo) stia alla base e giustifichi il perché di determinate indagini e ricerche.

È mia intenzione esaminare alcuni aspetti, a mio giudizio particolarmente significativi, che possono essere utili per una storia della Didattica della Matematica in Italia. Si tratta di alcune riflessioni, non esaustive, su certi aspetti della Didattica della Matematica nelle scuole secondarie italiane che hanno dei riflessi e delle ricadute nell'insegnamento universitario e nell'impegno dei docenti universitari.

2. Non mi occuperò di come la Matematica venisse intesa nei secoli dagli uomini di governo e quindi dei riflessi che poi se ne avevano nelle leggi e negli ordinamenti scolastici, ma desidero riportare alcuni detti poco noti e che possono aiutare a spiegare certi fatti e certe innovazioni.

Diceva NAPOLEONE BUONAPARTE: "Il benessere delle nazioni è legato al progresso delle matematiche". Il contemporaneo generale prussiano SCHARNHORST sosteneva: "Io considero la matematica come base di ogni conoscenza e lo studio di essa come base di ogni fine educazione spirituale".

Si tratta dei due generali che riordinarono gli eserciti dell'epoca, con alterne fortune, introducendo le moderne strategie militari; influì nel far ciò il loro modo di vedere la matematica?

Di contro il Ministro prussiano della Pubblica Istruzione, Giovanni SCULZE dichiarava: "In una riga di Cornelio Nepote vi è assai maggiore valore educativo che in tutta quanta la matematica". Contribuendo con ciò a rafforzare e rinverdire l'antico detto in voga nelle scuole umanistiche dell'epoca: "mathematicus non est collega".

Certo sarebbe molto interessante, ma di molto difficile realizzazione, fare una storia della Didattica della Matematica tenendo conto del modo di pensare nei riguardi della Matematica dei vari uomini di governo e di come ciò abbia influenzato le loro decisioni nei riguardi delle leggi e dell'insegnamento.

3. Se si vuole fare una storia della Didattica della Matematica in Italia credo che come data di inizio per ogni indagine si debba prendere l'anno 1860, quello dell'unità d'Italia, da quando cioè si incominciarono ad unificare e a rendere unici i programmi di insegnamento.

Che non abbia molta importanza la storia della Didattica della Matematica prima di allora, quando si vuole vedere quali siano stati i fatti che hanno determinato la situazione attuale, appare da quanto scriveva il 9 maggio 1860 su "Il Politecnico" il matematico Luigi CREMONA:

"Ora che il giogo straniero non ci sta più sul collo a imporci gli scelleratissimi testi di MOZNIK, TOFFOLI, ecc., che per più anni hanno inondato le nostre scuole, - e le avrebbero del tutto imbarbarite se tutti i maestri fossero stati docili a servire gli interessi della ditta GEROLD - ora sarebbe ormai tempo di gettare al fuoco certi libricci di matematica che tuttora si adoperano in qualche nostro liceo e che fanno un terribile atto d'accusa contro chi li ha adottati. Diciamolo francamente: noi non abbiamo buoni libri elementari che siano originali italiani e che giungano ai livelli dei progressi odierni della scienza. Forse ne hanno i Napoletani che furono sempre e sono egregi cultori delle matematiche; ma come può aversene certa notizia se quel paese è più diviso da noi che se fosse la Cina? I migliori libri, anzi gli unici veramente buoni che un coscienzioso maestro di matematica elementare possa adottare nel suo insegnamento sono i trattati di BERTRAND, AMIOT e SERRET, così bene tradotti e ampliati da quei valenti toscani. I miei amici si ricorderanno che io non ho cominciato oggi ad inculcare l'uso di quelle eccellenti opere."

Da quanto dice CREMONA appare chiaro come profondamente diversi dovessero essere tra i vari Stati in cui era suddivisa l'Italia di allora i metodi, i programmi ed il modo di fare scuola, per cui risulta estremamente difficile fare un discorso unitario o comunque immaginare che la situazione di allora abbia influenzato la situazione attuale.

4. Cercherò adesso di illustrare alcune mie riflessioni che possono essere utili per una storia della Didattica della Matematica in Italia. Naturalmente come punto di partenza è bene richiamare che cosa oggi si intenda per Didattica. La Didattica normalmente viene ritenuta come una parte della pedagogia e ha per oggetto l'insegnamento ed il suo metodo. Mediante il suo procedimento si attua la trasmissione del sapere, inteso in senso lato, da chi lo possiede (docente) a chi ne è privo (discente). Trasmissione del sapere che avviene in organi adeguati (scuola o altre istituzioni affini) dove l'educatore utilizza per l'insegnamento i precetti di un'arte tradizionale arricchita dalla sua personale esperienza.

La storia della civiltà presenta tipi o modelli vari di Didattica sorti in corrispondenza di diversi climi culturali ed ispirati alle dottrine pedagogiche prevalenti in quel particolare momento. Oggi la cultura non è uno statico patrimonio di idee e cognizioni da trasmettere integralmente, ma piuttosto una forza sempre viva e in continuo movimento che si tratta di trasmettere dinamicamente via via che si va modificando. L'educazione ha perciò scopi più formativi che informativi; non è più ricezione passiva di sapere da parte del discente, ma, in una stretta collaborazione spirituale tra lui ed il docente che rispetta l'attività personale dell'educando, deve promuovere la libera e cosciente formazione mentale dell'alunno. Consapevole del necessario rapporto che deve correre tra i valori di scienza e le capacità individuali, la Didattica deve accogliere ed attuare il principio di gradualità nell'insegnamento in vista dell'equilibrio tra il sistema dei valori culturali, che formano il programma di studi, e le esigenze della personalità individuale, a cui devono essere comunicati. Né deve essere trascurato nella funzione pedagogica quell'aspetto di iniziativa creatrice che sola fa del maestro non uno stereotipo ripetitore di precetti, ma un reale artistico plasmatore e forgiatore di anime.

Il compito della Didattica è determinare i gradi e le condizioni dell'apprendimento per adattarvi il procedimento, i criteri ed i modi dell'insegnare. Il lato materiale della Didattica si distingue poi da quello formale appunto quando tenuto conto d'ogni specifica materia d'insegnamento vi si adatti una particolare Didattica. Vi possono essere quindi tante didattiche quanti sono i vari contenuti della scienza.

Come però non c'è forma senza materia, né questa senza quella, così si corre rischio di cadere in un vuoto formalismo, ossia nella più sterile astrattezza, ogni volta che l'insegnamento sia fatto senza il debito riguardo tecnico della specifica materia, che ne forma l'oggetto. Né d'altra parte deve mai prescindere, nella considerazione della materia insegnata, da tutte quelle problematiche specifiche che è compito ed ufficio della psicologia e della pedagogia porre, in mancanza delle quali l'insegnamento diventa un materiale tecnicismo o una grossolana praticità.

5. Precisato, nelle sue grandi linee, come venga vista e che cosa si debba intendere per Didattica, desidero soffermarmi, dapprima, su quella che attualmente è la ricerca didattica in Italia oggi. In questi ultimi decenni assistiamo, in Italia, ad uno sviluppo ed ad un fiorire di ricerche in Didattica della Matematica. Tali ricerche, in quel quadro di riferimento precedentemente richiamato, sviluppano maggiormente il lato e l'aspetto più propriamente pedagogico psicologico cognitivo che quello culturale motivazionale intrinseco della disciplina oggetto di studio: la matematica. Si tratta di ricerche, molte di natura sperimentale, per lo più collegate a ricerche analoghe che si sono o si vanno sviluppando sia in Europa come in America; ricerche, infine, che principalmente sono collegate ad una ben precisa fascia d'età, quella della preadolescenza e che andrebbero inquadrare in maniera chiara in un preciso quadro di riferimento culturale.

Prima di allora sino all'incirca agli anni sessanta, la ricerca in Didattica della matematica era esclusivamente orientata verso ricerche di tipo culturale volte ad inquadrare, nell'arco di tutto l'insegnamento, dalle elementari all'Università, i progressi che la matematica andava facendo, ottenendo così che l'insegnamento della matematica fosse sempre attuale ed in sintonia con le esigenze della ricerca scientifica più avanzata (un esempio altamente significativo sono le ricerche didattiche di Sebastiano CATANIA il quale elaborò una sua proposta Didattica che trasferiva

nell'insegnamento secondario della matematica la visione che Giuseppe PEANO e la sua Scuola avevano sviluppato della matematica).

È lecito e legittimo domandarsi allora come mai si sia creato un cambiamento così radicale nella ricerca in Didattica della Matematica. Una delle spiegazioni, a mio giudizio, è data dalla seguente considerazione. Sino alla fine della seconda guerra mondiale buona parte del reclutamento dei docenti universitari avveniva tra i docenti delle scuole secondarie, solo una piccola parte dei docenti universitari si era formata presso le Università. Dopo la fine della seconda guerra mondiale solo pochissimi docenti universitari provengono dal corpo insegnante delle scuole secondarie mentre la gran parte dei nuovi docenti si è formata presso le Università italiane o straniere e non ha mai fatto alcun servizio presso una scuola secondaria, o addirittura non vi ha messo piede neanche per fare una conferenza.

I matematici Enea BORTOLOTTI e Giovanni SANSONE nel 1939 in un articolo dal titolo "La matematica nelle scuole medie - programmi e testi - preparazione degli insegnanti" pubblicato in "Scuola e Cultura (annali della Scuola Media)", vol. XV, fanno un elenco dei professori universitari che hanno avuto od hanno rapporti colle scuole secondarie. Essi così si esprimono: "Passarono dalla Scuola Media alla cattedra universitaria di Matematica: E. Betti, G. Torelli, E. Bertini, C. Arzel, G. Maisano, Ettore Bortolotti, E. Ciani, O. Nicoletti, C. Severini, G. Bordiga, G. Vitali, M. Cipolla, M. De Franchis, P. Calapso, G. Scorza, G. Marletta, P. Nalli, C. Rosati, L. Brusotti, F. Sibirani, G. Sansone, Enea Bortolotti, G. Mignosi, P. Tortorici, C. A. Dall'Agnola, C. Lenzi, V. Strazzeri, V. Amato, P. Teofilato.

Appartengono o appartennero alla Scuola Media egregi trattatisti quali: G. Frattini, A. Socci, C. Ciamberlini, A. Faifofer, G. Lazzeri, P. Gazzaniga, S. Catania, P. Benedetti, A. Conti, F. Amodeo, G. Gallucci, G. Bisconcini, D. Gigli, e valorosi studiosi quali: C. Burali-Forti, V. Retali, M. Pannelli, G. Pirondini, E. Ascione, M. L. Albeggiani, A. Perna, A. Dall'Acqua, F. Palatini, G. Darbi, L. S. Da Rios, G. Gherardelli."

Credo sia noto a tutti chi siano i matematici compresi nell'elenco e che cosa abbiano essi rappresentato per la Matematica italiana. Quindi non insisterò su di essi. Ciò che invece si può dedurre, a mio avviso è questo. Il fatto che l'Università attingesse per il suo personale insegnante dal vivaio rappresentato dai docenti delle scuole secondarie sta a dimostrare come ci fosse una stretta continuità ed unità di visione e di insegnamento della matematica tra la scuola secondaria e l'Università.

Un docente che perveniva all'Università dalla scuola secondaria portava con sé, nella nuova funzione, tutto quel bagaglio di esperienze che aveva fatto nel precedente periodo di insegnamento ed aveva modo di verificare la validità, con i giovani che venivano all'Università, dei curricula, delle argomentazioni sviluppate, dei metodi e delle tecniche di insegnamento della scuola secondaria. Nasceva così tra i docenti dei vari ordini di scuole e gli Universitari un colloquio continuo dove gli uni indicavano ai loro colleghi universitari le difficoltà che via via venivano incontrando nel loro cammino di educatori e gli altri comunicavano ai colleghi delle scuole secondarie quali erano le esigenze che il progredire della ricerca matematica richiedesse ai vari livelli e come e in che modo si dovesse via via modificare la Didattica.

Sorgono un po' dovunque Circoli, Seminari, Associazioni, Società in cui si raccolgono i vari docenti di Matematica, si scambiano le varie esperienze, si dibattono questioni, si studiano



problemi. L'impegno dei docenti universitari è grande, spesse volte sono loro gli animatori e gli alimentatori di questi focolai di sapere e non si fanno mai indietro ad ogni richiesta di aiuto per qualche iniziativa.

Ma non solo in questo si rivela l'impegno dei docenti universitari; un universitario, per esempio, riteneva suo preciso dovere partecipare agli esami di concorso per le scuole secondarie quale presidente del concorso o commissario; ed era poi motivo di particolare soddisfazione per il docente che aveva predispeso il compito scritto poter dire "il compito di quel tale concorso l'ho preparato io!". Ma se queste cose rivelano il forte impegno dei docenti universitari verso la Didattica della Matematica in particolare nei riguardi della scuola secondaria, non sono solo queste cose quelle in cui i docenti universitari si impegnarono in prima persona. In vari momenti, in cui si è trattato di indicare quale fosse la via da seguire, potente si è levata la voce autorevole e competente dei matematici. Mi limiterò a ricordare alcuni esempi.

6. Nel 1860 fatta l'Italia unita, occorre fare unita la scuola. Nel 1866, Ministro della Pubblica Istruzione COPPINO, venivano create delle commissioni per predisporre i programmi di insegnamento da valere in tutte le scuole d'Italia. Per quanto riguarda la matematica fra gli altri furono chiamati in Commissione CREMONA e BATTAGLINI. Dopo solo un anno, nel 1867, venivano emanati i programmi di insegnamento per tutte le scuole d'Italia.

I nuovi programmi di matematica predisposti dalla Commissione indicavano che per quanto riguarda la Geometria il libro di testo doveva essere costituito dagli "Elementi" di Euclide. Questo ritorno ad Euclide veniva caldamente raccomandato agli insegnanti invitandoli a "non intorbidare la purezza della Geometria greca trasformando i teoremi geometrici in forma algebrica". CREMONA, appunto, convinto che l'insegnamento della matematica nelle scuole dovesse essere ispirato ad alti criteri di rigore e di metodo, pensava che il modo di ragionare posto alla base degli "Elementi" di Euclide dovesse essere preso a modello per la formazione dei giovani allievi e sosteneva che l'introduzione, come libro di testo, del trattato euclideo aveva lo scopo di elevare il livello degli studi matematici nelle nostre scuole perché i giovani avevano un testo che permetteva loro di "apprendere a ragionare, a dimostrare, a dedurre", senza ricorrere "ai mezzi celeri" o ai libri "ove la geometria è mescolata con l'aritmetica e coll'algebra".

L'idea che il libro di testo per lo studio della Geometria dovesse essere ispirato agli "Elementi" di Euclide e che l'insegnamento dovesse essere condotto secondo lo spirito euclideo, propugnata dal CREMONA, che fece valere e pesare tutta la sua autorevolezza e prestigio scientifico, risultò alla fine quella vincente e contribuì da una parte a creare quel rigore nell'insegnamento della matematica tutta nelle scuole, che è vanto dell'Italia, e dall'altra a determinare quella che è la tradizione euclidea italiana nell'insegnamento della geometria. Le idee di CREMONA sono state, anche senza essere state mai richiamate esplicitamente, alla base di ogni programma di insegnamento della matematica nelle scuole secondarie italiane. Che poi gli insegnanti siano riusciti a condurre il loro insegnamento secondo le finalità prescritte dai programmi non sempre è avvenuto.

7. Un'altra occasione in cui i matematici hanno fatto sentire la loro voce è stata a proposito dei temi assegnati all'esame di maturità scientifica. Caratteristica costante dei temi assegnati alla maturità scientifica è stata quella di richiedere la cosiddetta discussione.

Credo che si sia tutti d'accordo nel ritenere che, fra l'altro, l'insegnamento della matematica nel liceo scientifico ha il compito di sviluppare e soprattutto di organizzare le operazioni logiche minime e consecutive del procedimento razionale, in modo che tale organizzazione costituisca sempre un modello di retto sviluppo del pensiero dell'allievo. In base a tale principio la discussione si inserisce in modo naturale: ammesso che le equazioni risolventi un dato problema siano funzioni di uno o più parametri, come devono variare questi tra loro, affinché esistano soluzioni reali del problema in un dato campo, senza essere obbligati a trovare le soluzioni generali?

Nei temi assegnati alla maturità scientifica la risolvente era una equazione di secondo grado. Dapprima la discussione fu condotta con il cos<sup>2</sup> detto "metodo diretto" che consisteva nella macchinosa risoluzione di sistemi di disequazioni, poi si passò al "metodo di Tartinville", alla "regola di Cartesio" sui segni delle radici reali di un'equazione, al "metodo di Budan-Fourier" ed infine si pervenne ai cosiddetti "metodi grafici" che trasformano la questione nella ricerca dei punti comuni a curve di vario tipo. Però tutto questo fece sì che la discussione degenerasse in un fatto puramente mnemonico e meccanico: nella costruzione di tabelle, grafici, confronti collo zero dei vari effe di alfa, effe di beta, sigma, ecc., che venivano fatti automaticamente senza alcuna frase di chiarimento e spiegazione, il che rivelava che l'allievo aveva lavorato senza rendersi alcun conto del riferimento ai principi che via via aveva applicato. E questo non era più matematica! È tradimento dei principi da cui si era partiti.

La degenerazione della discussione nei problemi dati alla maturità scientifica, che si rifletteva anche nell'insegnamento della matematica in quanto gli allievi venivano addestrati e preparati a risolvere quel tipo di temi in quella maniera automatica, suscitò numerose critiche intorno alla natura ed al contenuto dei temi di matematica assegnati agli esami. Fra tutti i critici ricorderò Bruno DE FINETTI che con la sua voce autorevole colpì a morte la cosiddetta discussione. Citerò solo quello che DE FINETTI scriveva sul quotidiano "La Stampa" nel gennaio del 1965; "Gli estensori dei temi ministeriali si sentiranno ridicoli e temeranno di essere giudicati tali se confezioneranno ancora temi trinomici." ed ancora: "Quando la denuncia della trinomite sarà oggetto di stupore, scherno, rivolta, riflessione, resipiscenza, ebbene, anche in Italia il morbo (della trinomite) dovrà scomparire."

Da allora la discussione piano piano è scomparsa nei temi di maturità scientifica. La scomparsa della discussione ad opera della pressione dell'opinione pubblica matematica non ha però, a mio giudizio, portato ad un rinnovamento radicale nell'insegnamento della matematica almeno nel liceo scientifico: e ciò sia perché non sono cambiate le regole degli esami - per la matematica è rimasta sempre e solo la prova scritta, il che privilegia la parte operativa su quella concettuale logica deduttiva - sia perché, forse la mancanza di un poco di fantasia da parte degli estensori dei temi rilancia il fascino di altri schemi fissi ed obbligati quali la "massimominimomite", la "flessite", ecc.

8. Sembrerebbe da quanto ho detto sino ad ora che l'impegno dei matematici per quanto riguarda la Didattica della Matematica nella scuola secondaria abbia portato sempre a dei successi, ma invece ci sono stati dei momenti, come cercherò di illustrare adesso, in cui dobbiamo registrare indubbiamente, diciamo, delle sconfitte. Nel 1923 il Ministro della Pubblica Istruzione Giovanni GENTILE riformava gli studi secondari in Italia creando quell'ordinamento scolastico che ancora oggi vige. La riforma scolastica del 1923 portò alla scomparsa della sezione fisico-matematica degli istituti tecnici ed inoltre, ispirandosi la riforma GENTILE alle concezioni della filosofia idealistica, considera prevalente alla formazione culturale dei giovani soltanto l'apporto delle discipline storiche estetiche letterarie e trascura e sottovaluta l'apporto che può derivare dalle discipline scientifiche e dalla matematica in particolare, anzi lascia alla matematica un ruolo del tutto marginale nella formazione degli allievi.

La sezione fisico-matematica degli istituti tecnici si distingueva da tutte le altre sezioni degli istituti tecnici. Si trattava di un corso di studi di alta valenza scientifica, era l'unico che permettesse l'accesso ai diplomati degli istituti tecnici alle facoltà universitarie scientifiche, anzi la serietà degli studi era tale che nel 1918 ai diplomati della sezione fisico-matematica era permessa l'iscrizione al terzo anno delle scuole di ingegneria. Il programma di matematica era vasto e completo, del tutto simile a quello dei bienni di ingegneria dell'epoca. Dalla sezione fisico-matematica uscirono buona parte degli scienziati dell'epoca, per parte nostra basta ricordare: Vito VOLTERRA, Corrado SEGRE, Francesco SEVERI.

Il liceo scientifico, cui è demandata la formazione scientifica dei giovani, non raccoglie appieno l'eredità lasciata dalla scomparsa della sezione fisico-matematica degli istituti tecnici, né, ne continua la prestigiosa tradizione. La scomparsa della sezione fisico-matematica degli istituti tecnici ed il ruolo che la riforma GENTILE ha riservato alla matematica determinano delle notevoli conseguenze. A mio avviso esse possono riassumersi in queste:

- lo scadere della didattica della matematica in tutti i livelli della scolarità, essendo alla matematica riservato un ruolo puramente operativo e per niente formativo;
- un accentuarsi del distacco tra la scuola secondaria da una parte e l'Università dall'altra; dato il ruolo operativo riservato alla matematica dalla riforma GENTILE la ricerca scientifica pura non ha interesse a mantenere più rapporti di collaborazione colla scuola secondaria;
- i docenti delle scuole secondarie non hanno più per il loro insegnamento l'appoggio ed il consiglio dei colleghi che insegnano nelle Università.

E tutte queste cose si vanno sempre più accentuando anziché diminuire col passare degli anni sino ai nostri giorni.

9. Nel 1945 il Ministro della Pubblica Istruzione ARANGIO RUIZ emana, ricalcando i programmi del 1936 del Ministro De VECCHI di Val Cismon, i programmi di insegnamento (detti "piani di studio") per i licei e gli altri tipi di scuola. Tali programmi sono quelli tutt'oggi vigenti nei nostri licei ed istituti magistrali in quanto nel 1959 il Ministro MEDICI emana nuovi programmi per gli esami di maturità e di abilitazione magistrale che non sostituiscono i piani di studi del 1945 ma indicano gli argomenti sui quali la Commissione esaminatrice può condurre la prova.

È veramente triste constatare che a distanza di più di quarantacinque anni non si sia riusciti a modificare ed ad aggiornare i programmi di insegnamento della matematica nonostante che la

matematica abbia fatto passi da gigante in tutte le direzioni che la hanno notevolmente trasformata.

Dopo anni di lavoro una Commissione ministeriale (intesa come Commissione BROCCA) elabora delle ipotesi di programmi per i bienni delle scuole secondarie superiori, senza avere di fronte un preciso quadro di riferimento. Il risultato è che ciascuna disciplina non essendo sicura di come sarà organizzato il prosieguo degli studi chiede ed ottiene ore nel biennio: ciò fa sì che mentre le ore di permanenza a scuola per gli allievi crescono a dismisura con evidentemente diminuzione se non annullamento dei momenti riservati al ripensamento e alla riflessione, la didattica delle singole discipline diventerà necessariamente nozionistica, generica e priva di approfondimenti.

Nelle intenzioni ministeriali c'è che tali programmi dopo un periodo di sperimentazione saranno ufficialmente adottati. Dato che in Italia niente è più definitivo del provvisorio e dello sperimentale possiamo essere sicuri che i programmi per il biennio saranno sempre quelli sperimentali !!! E il triennio quando diventerà sperimentale?!?! Forse nel duemila !!!

E ritorniamo ai programmi del biennio. Vero è che le ore riservate alla matematica sono aumentate: ma si tratta di un aumento fittizio perché sono aumentate le ore di scolarità in senso assoluto. Ma il fatto, secondo me, più grave è che alla matematica non è stato riservato quel posto che le tocca per il suo valore formativo della personalità dell'allievo da una parte e per il suo valore propedeutico nei riguardi di varie altre discipline sia scientifiche che no.

Credo che ci si avvii verso una disastrosa Caporetto che coinvolge non solo la matematica ma tutte le discipline. Desidero chiudere questa parte coll'auspicio che finalmente si possa avviare un discorso concreto e non sperimentale sulla scuola secondaria in cui le singole discipline concorrano nella maniera giusta, appropriata, opportuna ed al momento giusto alla formazione degli allievi. Credo che questo sia uno dei campi in cui principalmente i matematici, in quanto tali, debbono far sentire la propria voce a tutti i livelli.

10. Nel 1963, Ministro della Pubblica Istruzione GUI, nasceva in Italia la Scuola Media unica. In questo tipo di scuola, in cui gli allievi completavano l'obbligo scolastico, si rendeva necessario che fosse impartito anche l'insegnamento delle scienze (chimiche, fisiche e naturali). Il problema dell'insegnamento delle scienze fu risolto creando una cattedra unica che comprendeva la matematica da una parte e le scienze sperimentali dall'altra. I docenti per tali discipline potevano essere indifferentemente sia laureati in matematica sia laureati in una qualsiasi disciplina scientifica (fisica, chimica, scienze biologiche, scienze naturali, scienze geologiche). L'aver riunito in un'unica cattedra i due insegnamenti di matematica e di scienze sperimentali, a mio giudizio, credo sia stato un grosso errore, che ha grandi ricadute dannose nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica a livello degli anni successivi.

Credo siano a tutti note le grandi difficoltà che incontra un docente di matematica e fisica nei licei nell'insegnamento della fisica se è laureato in matematica e nell'insegnamento della matematica se è laureato in fisica; gli stessi problemi si hanno a livello di scuola media: un insegnante insegna male o per nulla le scienze sperimentali se è laureato in matematica mentre insegna male o per nulla la matematica se è laureato in scienze. Chi si occupa di Didattica della Matematica sa bene che se in questa fase di età dell'allievo, in cui devono essere sviluppate principalmente le capacità intuitive e poi quelle deduttive ed astrattive, se la matematica non

viene insegnata nelle dovute forme e da docenti che hanno la dovuta preparazione culturale specifica l'allievo è fuorviato negli studi ed è irrecuperabile negli anni successivi.

Mentre nella scuola elementare, sulla base delle recenti leggi che riordinano la docenza, gli insegnanti devono avere una specializzazione, cioè il maestro si avvia ad essere un insegnante più indirizzato verso alcune discipline che verso altre in modo da rispondere meglio alle esigenze dei bambini, mentre per quanto riguarda i licei è stato chiesto lo sdoppiamento della cattedra di matematica e fisica, per quanto riguarda la cattedra di matematica e scienze non si è per niente pensato ad un suo sdoppiamento. I docenti laureati in matematica sono una piccolissima percentuale degli insegnanti di matematica e scienze della scuola media e la situazione della Didattica della Matematica nella scuola media rischia di diventare drammatica e di pregiudicare la Didattica della Matematica in ogni ordine di scuole.

11. Si è visto come la seconda guerra mondiale abbia segnato un cambiamento radicale nella formazione degli insegnanti con la creazione di quella frattura tra Università da una parte e scuola secondaria dall'altra segnata dalla fine del reclutamento di buona parte dei docenti universitari tra gli insegnanti secondari.

Ma con la fine della seconda guerra mondiale si è assistito anche ad un altro fenomeno: alla quasi totale scomparsa di un certo tipo di pubblicistica che si concretizzava nella stampa di un notevole numero di riviste e giornali vari. Sino alla fine della seconda guerra mondiale i lavori di ricerca matematica pura venivano accolti in riviste di alta rilevanza quali gli Annali di Matematica, i Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, il Giornale di Matematica del Battaglini, ecc., o negli Atti e Rendiconti pubblicati a cura della varie Accademie. Ma accanto a questi periodici, che non erano poi molto numerosi, si ha un notevole numero di "giornali" di periodicità variabile, da quindicinale su su sino a trimestrale, che trattavano argomenti di matematica ed erano rivolti ad un pubblico numeroso e vasto come si indicherà appresso. Si è trattato di un notevole numero di giornali che sorgevano e vivevano per l'opera benemerita, disinteressata e quasi sempre economicamente passiva di mecenati puri che erano spinti solo dal grande amore verso la Matematica.

Sorgono così<sup>2</sup> giornali rivolti agli studenti di ogni ordine e grado, quali per es. la "Rivista di matematica pura ed applicata per gli studenti della Scuola Media" il cui scopo è "di suscitare negli allievi delle Scuole Medie un vivo amore per gli studi scientifici in armonia col loro sviluppo intellettuale e con lo spirito della loro preparazione scolastica" o le "Esercitazioni matematiche" edito dal Circolo Matematico di Catania e rivolto particolarmente agli studenti universitari, o giornali per studenti e professori delle scuole medie, o infine giornali per professori delle scuole secondarie. Poiché tali giornali erano costretti a reggersi sul mecenatismo e sull'aiuto dei lettori la loro vita risultava quasi sempre precaria, spesso breve e tante volte un giornale entrava in letargo o moriva per risorgere dopo alcuni anni. Erano giornali che suscitavano grande interesse ed aspettativa sia presso gli studenti ma specialmente presso la classe docente delle scuole secondarie; venivano affrontati i numerosi ed attuali problemi della Didattica della Matematica a tutti i livelli, illustrando quelli che erano i più recenti risultati e le più recenti conquiste della ricerca matematica sia in Italia che all'estero e indicando suggerimenti didattici per l'insegnamento. Un particolare e specifico interesse poi aveva la parte dei giornali dedicata alle questioni proposte che

andavano da richieste di risoluzione di problemi alla proposizione di argomenti di ricerca di natura didattica, e ciò per lo stimolo ed il senso di emulazione che si veniva a creare tra i lettori.

La collaborazione ai vari giornali era ampia sia da parte dei docenti universitari come pure da parte degli insegnanti delle scuole secondarie. Così per esempio se scorriamo l'elenco dei collaboratori a "Il Pitagora" troviamo, nei venticinque anni in cui tale giornale fu in vita, tra i suoi collaboratori: G. Fazzari, G. Loria, F. Palatini, I. Amaldi, G.M. Testi, C. Burali Forti, G. Frattini, S. Catania, V. Amato, G. Mignosi, M. Cipolla. Di parecchi di essi si è avuto modo già di nominarli per il ruolo avuto nell'ambito della Didattica della Matematica.

Con la fine della seconda guerra mondiale assistiamo alla definitiva scomparsa di gran numero di questi giornali, restano solo in vita pochissimi periodici sostenuti da Case Editrici affermate che non riescono a soddisfare appieno il desiderio di conoscenza e di aggiornamento da parte della classe insegnante, mentre di contro crescono in modo notevole le riviste che accolgono i lavori di ricerca in matematica pura. Perfino il Bollettino dell'Unione Matematica Italiana che sin dalla sua fondazione aveva una Sezione storico didattica nel 1987 ne sospende la pubblicazione, e ciò a seguito di una decisione, a mio giudizio quanto meno inopportuna, presa a Torino nel 1987 in occasione del XIII Congresso Nazionale dell'Unione Matematica Italiana.

La quasi completa scomparsa dei vari giornali e periodici gestiti direttamente dai matematici, a mio giudizio, è principalmente legata a due fatti: la creazione di quel distacco-frattura tra scuola secondaria ed Università da una parte e di cui si è già detto, e dall'altra con la fine di quei cenacoli di stimolo e discussione che erano i Circoli Matematici, i Seminari Matematici, le Associazioni che erano sorti un po' dovunque in Italia. Di tale aspetto della vita matematica italiana non ho parlato, ma penso che esso sia uno dei più interessanti da indagare ai fini di una storia della Didattica della Matematica in Italia. La scomparsa di questi giornali è stato, a mio giudizio, un fatto molto grave: questi giornali sono risultati una utilissima palestra per docenti e studenti e mettendo in luce le difficoltà da una parte e le necessità dall'altra che gli insegnanti avevano nell'esercizio del loro magistero; facevano sì che si fosse costantemente a conoscenza dei bisogni della classe insegnante e si potessero indicare i rimedi necessari; cose queste che con riviste sostenute da Case Editrici non si possono avere, perché, ovviamente bisogna rispettare le esigenze dell'Editore. Credo che se si riuscisse a far nascere spontaneamente, nell'ambito della comunità matematica, qualche giornale direttamente da loro gestito, si potrebbero avere delle utili e necessarie indicazioni sull'insegnamento attuale della matematica in Italia e le necessità che ad esso sono collegate.

12. Le riflessioni precedenti credo abbiano messo in luce che se i matematici hanno sempre tenuto presente le varie problematiche che la Didattica della Matematica nelle scuole secondarie ha incontrato nel volgere dei tempi, non sempre gli interventi che ne sono seguiti hanno sortito l'effetto sperato. A mio avviso, i problemi che la Didattica della Matematica, intesa nella sua più ampia accezione, al giorno d'oggi ha, si possono riassumere nei seguenti:

- riconoscimento del ruolo della matematica quale disciplina altamente formativa della personalità dell'allievo alla pari se non in modo superiore di tante altre discipline che hanno svolto questo ruolo tradizionalmente;

- rinnovamento dei programmi di insegnamento per adeguarli ai risultati raggiunti dalla ricerca e alle necessità delle altre discipline;

- riordino della docenza: ore curriculari riservate alla matematica, ridisegnazione delle cattedre, ecc.;

- riqualificazione culturale dei docenti di matematica per prepararli al ruolo che loro compete;

- interessamento attivo da parte della docenza universitaria delle varie problematiche inerenti la Didattica della Matematica nella Scuola Secondaria;

- necessità di un più attivo e costante scambio culturale tra i docenti di tutti gli ordini, cercando di favorire la nascita di giornali dove autonomamente e liberamente si possano dibattere le varie questioni inerenti la Didattica della Matematica.

Si tratta, come facilmente ciascuno può constatare, di una serie di problemi alcuni interni alla matematica ed alla comunità matematica, altri invece esterni, cioè derivati dal fatto che la matematica interagisce con altre discipline per la formazione completa dell'allievo.

Per superare questa situazione in cui si è venuta a trovare la matematica e la sua didattica occorre la mobilitazione completa di tutti i matematici e sotto certi aspetti un ritorno a quella vivacità e a quel fervore di iniziative che ha caratterizzato la vita culturale matematica quando esisteva quel forte legame tra scuola secondaria ed Università.

## IN MARGINE ALLA RELAZIONE "LA STORIA DELLA DIDATTICA DELLA MATEMATICA IN ITALIA" DI C. MAMMANA: ALTRE RIFLESSIONI

Vincenzo Vita

Alle considerazioni del prof. Mammana, così acute ed interessanti, desidero aggiungere due mie riflessioni, frutto della lunga esperienza accumulata in oltre mezzo secolo al servizio della scuola secondaria superiore, a contatto con i problemi di questa scuola, in particolare degli istituti di istruzione classica. Queste mie riflessioni prendono le mosse dal passato per guardare al futuro.

La prima riguarda i libri di testo per le nostre scuole. Come è noto, nel 1867 il Cremona ed il Battaglini, componenti di una commissione che aveva il compito di riformare ed unificare i diversi programmi di matematica in uso nelle varie regioni d'Italia, chiesero ed ottennero dall'allora ministro Coppino che nel ginnasio-liceo, voluto dalla legge Casati, venissero adottati, come libro di testo per lo studio della geometria, gli "Elementi" di Euclide nella loro versione originale. Con questa proposta essi si prefiggevano di elevare il livello degli studi di matematica nelle nostre scuole classiche, dando ai giovani, scrisse il Cremona in una pubblica lettera, un testo dove potessero "apprendere a ragionare, a dimostrare, a dedurre".

A seguito di questa riforma, una ricca produzione di testi di geometria, più o meno modellati su quello euclideo, investì la scuola secondaria. Non posso evidentemente riferire su tutti questi testi; mi limito a ricordare quello di Sanna e D'Ovidio, che vede la luce nel 1869, appena due anni dopo la riforma, quello di Faifofer, del 1878, con numerose edizioni, e quello di De Paolis, del 1884, propugnatore di quel "metodo fusionista" che allora ebbe non pochi sostenitori. Verso la fine del secolo, nel 1897, vedono la luce gli "Elementi di geometria" del Veronese, il quale trasferisce nel testo destinato agli alunni del ginnasio-liceo le sue vedute e le sue idee sui fondamenti della matematica. È il periodo in cui l'assiomatizzazione della geometria euclidea raggiunge la sua completa formulazione.

Pochi anni dopo, nel 1903, agli inizi di questo secolo, è pubblicata la prima edizione di quegli "Elementi di geometria" di Federigo Enriques ed Ugo Amaldi che, in successive edizioni e ristampe, talvolta completamente rifatte, continueranno per quasi un secolo a circolare fra i nostri alunni; a tutt'oggi una ennesima edizione, riveduta a cura dei continuatori, è ancora in commercio ed è adottata in non poche scuole. Accanto a questo testo mi piace ricordare anche quelli di De Franchis, del 1909, e di Marletta, del 1912.

Dopo la riforma Gentile, Francesco Severi inizia a pubblicare, nel 1926, i suoi "Elementi di geometria", in edizione completa ed in edizione ridotta e con vari adattamenti ai diversi tipi di scuola cui erano destinati. Enriques e Severi, nonostante variamente e altamente impegnati nell'attività scientifica, non disdegnarono di scrivere libri per le scuole secondarie sia di primo che di secondo grado, sia per l'allora scuola di avviamento professionale che per i licei, e di portare così il loro valido contributo al miglioramento dell'insegnamento secondario, convinti com'erano che una buona preparazione matematica a livello di scuola secondaria è condizione necessaria e garanzia per un proficuo lavoro in sede universitaria.



Ho ricordato i testi di geometria perché la didattica di questo ramo della matematica è stata sottoposta, nel periodo storico in esame, a successive critiche e modifiche, conseguenti all'evoluzione dello stesso pensiero geometrico, ma non meno ricca e prestigiosa è stata la produzione di testi di algebra, di aritmetica razionale e soprattutto di complementi di matematica, prima per la soppressa sezione fisico-matematica dell'istituto tecnico e poi per il liceo scientifico gentiliano. Non starò certamente ad elencare questi testi, ma non posso non ricordare quelli di Salvatore Pincherle e di Michele Cipolla, l'uno e l'altro docenti universitari di respiro internazionale.

Oggi la situazione è completamente cambiata. Dopo gli anni '60 ed il periodo delle classi pilota per l'insegnamento della cosiddetta matematica moderna, durante il quale furono editi dal Ministero testi appositi secondo il nuovo spirito, negli anni '70, a seguito dell'istituzione presso le sedi universitarie di nuclei di ricerca didattica, sono stati pubblicati, a cura di questi stessi nuclei o dei loro coordinatori, libri di testo nei quali venivano presentati i risultati di tali ricerche. Ma, si sa, ogni sperimentazione ha le sue caratteristiche e segue propri criteri che la rendono difficilmente esportabile, per cui questi libri non hanno avuto la diffusione che avrebbero meritato.

Dopo l'eliminazione del decreto delegato n. 419 del 1974 sulla sperimentazione, molte scuole secondarie hanno attivato nel loro seno corsi sperimentali, nei quali sono stati introdotti propri programmi, proprie metodologie e dove molto spesso sono stati adottati libri predisposti dai docenti della stessa scuola. Ed anche le classi tradizionali hanno fatto ricorso in genere a testi compilati da docenti della scuola secondaria. Significativo è il fatto che l'indagine comparativa eseguita nell'ambito del progetto strategico "tecnologie ed innovazioni didattiche" del Consiglio Nazionale delle Ricerche, ha rilevato che la maggior parte, se non la totalità, dei libri di testo maggiormente diffusi nella scuola secondaria sono stati scritti da docenti di questa scuola.

Ciò è indizio, a mio parere, di uno scarso interesse dell'ambiente universitario per i problemi metodologici e didattici che investono l'insegnamento della matematica nella scuola secondaria. Salvo rare e lodevoli eccezioni, innumero abbastanza ridotto, i docenti universitari di oggi non mostrano interesse per i problemi della scuola secondaria, forse anche perché, come ha evidenziato Mammana, non provengono dai ruoli di queste scuole; anzi sono portati, più o meno consapevolmente, a sottovalutare le ricerche di didattica della matematica, le quali invece richiedono un forte impegno ed una larga disponibilità ed i cui risultati talvolta non sono nemmeno gratificanti.

Mi auguro che con l'imminente emanazione ufficiale dei programmi per i primi due anni della scuola secondaria superiore, già predisposti dalla Commissione Brocca, che in tempi brevi dovrebbero sostituire, almeno si spera, quelli delle varie e spesso disorganiche sperimentazioni, ed in attesa che vengano elaborati appositi programmi per i successivi trienni, i docenti universitari si facciano carico di predisporre libri di testo aderenti ai contenuti e allo spirito dei nuovi programmi.

E qua si inserisce la seconda mia riflessione. Lo studio degli "Elementi" di Euclide introdotto dal Cremona non era preceduto nel ginnasio inferiore da un insegnamento propedeutico di geometria intuitiva. Questo fu introdotto, nel 1881, dal ministro Baccelli, ma appena quattro anni dopo, nel 1884, fu soppresso dal ministro Coppino, su sollecitazione di Eugenio Beltrami, il quale, nella sua relazione al Ministro, a giustificazione della sua proposta, così scriveva:

"La determinazione dei limiti e dell'indole di questo insegnamento non è suscettibile di forma assoluta e non è d'altronde supplita praticamente da una tradizione secolare, come avviene per i classici elementi della matematica".

Il Beltrami non vedeva cioè come realizzare un insegnamento che, invece di seguire un metodo strettamente deduttivo come negli "Elementi" di Euclide, doveva fare frequente ricorso all'intuizione e soprattutto non vedeva quale potesse essere la linea di demarcazione tra geometria razionale e geometria intuitiva; nella stessa relazione così infatti si esprime:

"Una linea di separazione tra le varie proposizioni di geometria elementare, dal punto di vista del maggiore o minore apparato di logica deduttiva che esige il loro apprendimento e, in corrispondenza, del più o meno frequente appello che bisogna fare all'intuizione diretta, è per se stessa alquanto indecisa, è variamente tracciata dagli intelligenti, perde ogni precisione e sfuma quasi completamente agli occhi degli insegnanti superficiali."

La mancanza di un'adeguata tradizione nella trattatistica italiana ed il condizionamento derivante dall'uso secolare del testo euclideo rendevano difficile il problema; il Beltrami, invece di affrontarlo e di cercare una soluzione più o meno soddisfacente, ritenne più conveniente ignorarlo.

L'insegnamento della geometria intuitiva fu ripristinato dal ministro Gallo nel 1900, 16 anni dopo la sua soppressione, esclusivamente come studio della terminologia geometrica e come appoggio al contemporaneo insegnamento del disegno; solo in questi ultimi anni si è riusciti a trovare, nella scuola media, quel giusto equilibrio tra intuizione e deduzione logica che rende questo insegnamento altamente formativo e gli conferisce una funzione propedeutica per lo studio della geometria razionale.

Ho voluto ricordare questa circostanza perché ritengo che una situazione analoga si verificherà al momento di decidere sui nuovi contenuti da inserire nei prossimi programmi per i trienni e non vorrei che si commettesse lo stesso errore che allora commise il Beltrami; mi riferisco in particolare alla sistemazione assiomatica della geometria euclidea. Il Beltrami cercava una linea di demarcazione tra le proposizioni da trattare a livello intuitivo e quello da dimostrare con metodo razionale. Oggi si preferisce pensare che il processo di assimilazione dei concetti geometrici da parte dei giovani segue uno sviluppo continuo, in aderenza peraltro a quello che è avvenuto in Grecia nei secoli dal VI al III a. C.

Il programma per la scuola media, nel 1979, prospetta infatti la necessità di passare gradualmente, nell'arco del triennio, da un approccio operativo e sperimentale ad un principio di sistemazione e di accompagnare lo sviluppo dell'intuizione "con ragionamenti via via più organizzati". Il più recente programma per il biennio predisposto dalla Commissione Brocca, in ossequio al principio di continuità, inizia l'elenco dei contenuti, nel tema dedicato alla geometria, direttamente con le trasformazioni isometriche e con le proprietà delle figure geometriche, ed espressamente non prevede una iniziale impostazione assiomatica della geometria elementare. Il programma richiede soltanto un avvio graduale e parziale all'assiomatizzazione e rinvia a studi successivi una sistemazione assiomatica globale della geometria euclidea. Un insegnamento cioè che procede "in stretto contatto con il processo storico" (sono parole del Piano di studi per i licei del 1944-45, ispirate dall'Enriques), perché storicamente l'assiomatizzazione della geometria elementare è avvenuta alla fine del secolo scorso (i "Grundlagen der Geometrie" di Hilbert sono

apparso appunto nel 1899), non potendosi in verità considerare esauriente quella presentata da Euclide; come è noto, negli "Elementi" euclidei i primi tre assiomi postulano l'esistenza della retta e della circonferenza, il quarto la congruenza degli angoli retti e il quinto l'unicità della parallela; mancano perciò gli assiomi di ordinamento, di congruenza e di continuità e quelli di appartenenza del piano.

Ad evitare però equivoci è necessario precisare subito che il rinvio dell'enunciazione del sistema completo di assiomi sui quali poggia la geometria euclidea non significa affatto riduzione dell'esercizio alla deduzione, a quel sapere "ragionare, dimostrare, dedurre", cui aspirava il Cremona, esercizio che si può conseguire anche con un testo, come quello euclideo, non appesantito da quella struttura assiomatica che gli adolescenti non possono assimilare per la loro giovane età. Alla fine del triennio, o quanto meno a conclusione degli studi di geometria, essi saranno in grado, per la maggiore maturità raggiunta e per la mole di fatti geometrici acquisiti, di recepire con consapevolezza il concetto di assioma come proprietà fondamentale liberamente scelta, di confrontare assiomi o gruppi di assiomi equivalenti e di comprendere il significato di coerenza, indipendenza e completezza di un sistema di assiomi. Come l'impostazione data da Euclide ai suoi "Elementi" fu il prodotto di tre secoli di ricerche geometriche e di discussioni epistemologiche, così la sistemazione finale potrà essere il punto conclusivo e d'incontro degli studi di geometria e di quelli logico-filosofici. Peraltro, oggi che i mezzi informatici consentono di risolvere più facilmente e rapidamente i problemi applicativi, è tempo di dare adeguato e più ampio spazio ai fondamenti logici della matematica; potranno essere di aiuto il fiorire appunto degli studi di logica che ha portato ad introdurre elementi di questa disciplina nei programmi per la scuola secondaria.

Si rivela anche necessario che l'auspicata assiomatizzazione sia preceduta dalla presentazione, a livello elementare, dei concetti fondamentali delle geometrie non euclidee, il cui avvento ha storicamente determinato quel processo di revisione critica che ha portato alla nuova concezione della geometria. Questa esigenza è peraltro avvertita dagli attuali autori di libri di geometria, i quali, quando debbono chiarire il concetto di assioma, accennano, a mio parere prematuramente e senza organicità, all'esistenza di dette geometrie.

La prevista sistemazione potrà consentire, forse anche, di ripresentare, in fase di riepilogo, le proposizioni geometriche nello spirito del "Programma di Erlangen". In questo senso si sono anzi mossi gli estensori dei più recenti programmi; in quello per la scuola media un intero tema è dedicato alle trasformazioni geometriche, il cui studio, è detto, richiederà "una presentazione non statica delle figure, che ne renda evidenti le proprietà nell'atto del loro modificarsi"; il programma per il biennio prevede a sua volta come specifici argomenti del tema di geometria "le trasformazioni isometriche", le "omotetie" e le "similitudini"; in linea di continuità con questo indirizzo, il programma per il triennio non potrà non prevedere lo studio delle trasformazioni affini, che consentirà di far vedere agli allievi come le proprietà che caratterizzano le varie figure vanno restringendosi man mano che si passa dalla geometria della congruenza a quella affine. Sarebbe anche auspicabile, per completare il quadro delle trasformazioni lineari nel piano, che si diano, a livello elementare, le nozioni essenziali delle trasformazioni proiettive.

È fuori di ogni dubbio che i nuovi argomenti susciteranno l'interesse dei giovani; la sistemazione assiomatica della geometria li interesserà perché questa è ormai diventata paradigmatica per ogni scienza e per ogni discorso condotto con rigore scientifico; i fondamenti delle geometrie non euclidee sia perché costituiscono un modello interpretativo del mondo fisico e sia per la forte ripercussione che esse hanno avuto sul pensiero filosofico moderno; la geometria nell'indirizzo di Klein perché il suo dinamismo rispecchia meglio e più da vicino quello della vita moderna. Dallo studio di questi argomenti i giovani saranno portati a riflettere sul significato dei termini matematici, sui loro limiti e sulla loro portata, ed a vedere la geometria, non come un dogma imposto dalla realtà esterna, ma come una libera creazione dello spirito umano; nello stesso tempo si svilupperà in loro la consapevolezza della necessità di temperare la propria libertà di pensiero con quella degli altri, nei limiti di una convivenza sociale e politica.

Il problema didattico che si pone allora consiste nel sapere operare quella che Prodi chiama "trasposizione didattica", nel sapere cioè trasferire i nuovi argomenti, che sinora sono stati oggetto di studio in corsi universitari, a livello di insegnamento secondario. Occorre però evitare il duplice pericolo che la loro trattazione si riduca ad una divulgazione nozionistica e senza alcuna valenza formativa, ovvero, all'estremo opposto, che si rivesta di eccessivo rigore e formalismo; Š il pericolo che temeva il Beltrami e che lo indusse a rifiutare l'insegnamento della geometria intuitiva. Non si può assolutamente accettare, per il nostro problema, una analoga soluzione negativa, che ritarderebbe, come allora, l'adeguamento dell'insegnamento secondario all'evoluzione del pensiero matematico; è pertanto importante ed essenziale che si sappia individuare il modello espositivo idoneo a conciliare la necessaria presentazione scientifica con le capacità recettive degli allievi.

È questa l'opera cui sono chiamati ad attendere i docenti universitari; spero vivamente che essi vogliano cogliere l'occasione per riconquistare quello spazio che un tempo era occupato da Enriques e da Severi.

*Giugno 2017. Intervento di Francesco Speranza, reimpaginato da*

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO - Contratti C.N.R. nn. 89.01234.01 e 90.01146.CT01

ATTI DEL CONVEGNO DI STUDIO PER LA STORIA DELL'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA IN ITALIA IN  
OCCASIONE DEL 75° COMPLEANNO DI CARLO FELICE MANARA

10-11 aprile 1991 - a cura di Laura Citrini e Gabriele Lucchini con la collaborazione di Simonetta Di Sieno  
QUADERNI "MAFIP" n. 1 – 1991

Dipartimento di Matematica "F. Enriques" Via C. Saldini, 50 - 20133 Milano, Italia

<http://users.mat.unimi.it/users/lucchini/cfms3c1.htm>



**Convegno del 1991. Francesco Speranza è in quarta fila a destra.**

## L'IMMAGINE DELLA MATEMATICA NEI PROGRAMMI DELLA SCUOLA ITALIANA

Francesco Speranza - Dipartimento di Matematica - Università di Parma

1. Mi sono stati particolarmente utili gli studi di Luigi Pepe sui programmi della scuola elementare e di Vincenzo Vita su quelli delle scuole secondarie. A essi rimando per la documentazione: intendo qui approfondire le analisi critiche degli autori citati con alcune ipotesi di lavoro sulla concezione della Matematica che ha informato gli estensori dei programmi. Qualcuno si chiederà se è utile soffermarsi a fare ipotesi sul passato: ebbene, posso intanto

ricordare che Enriques riteneva la storia una disciplina congetturale: e comunque il passato vive ancora in noi, attraverso tradizioni culturali e attraverso comportamenti (soprattutto a proposito di quel che si insegna e come lo si insegna); lo stile dell'insegnamento, e in buona parte i contenuti, si trasferiscono da una generazione di insegnanti alla successiva. Se vogliamo avere criteri sicuri per mantenere certi aspetti e per cambiarne altri, occorre riflettere attentamente sul loro significato.

2. Fino alle più recenti riforme escluse, i tipi di Matematica che emergono dai programmi sono sostanzialmente tre: due nettamente distinti, uno "culturale", ispirato a un'ideologia "purista", quello dei ginnasi-licei; e uno pratico, utilitaristico, nella scuola elementare e nei corsi per la preparazione dei maestri. Fra i due, si situa una terza via, meno condizionata delle precedenti, tipica degli istituti tecnici, che via via prende piede anche nei licei. A mio avviso, tuttavia, le due concezioni, purista e utilitaristica, si possono spiegare con un'unica "filosofia implicita" della Matematica, come vedremo.

Per la scuola elementare, com'è noto, non si parla di "Matematica" fino ai programmi attuali (1985). Non è solo una questione lessicale: in questo modo viene ribadita la "minorità" dell'istruzione elementare, e, sul piano concreto, viene anche preclusa la possibilità di qualche apertura oltre le due aree nominate (aritmetica e geometria). Alcune indicazioni interessanti dei programmi preparati da Gabelli e da G. Lombardo Radice non trovano effettiva realizzazione nell'elenco dei contenuti (e purtroppo sappiamo che le avvertenze sono ben poco lette).

L'aritmetica, tra alti e bassi, viene a inquadrarsi in una linea parzialmente valida, pur se limitata di fatto agli aspetti strumentali. Assolutamente carente è invece la geometria. Essa manca del tutto dal 1867 al 1888, in corrispondenza all'epoca del massimo "purismo" nei licei; poi comincerà in terza o addirittura in quarta, e, anche quando l'impianto delle avvertenze contiene motivi validi, si riduce al disegno geometrico, alla nomenclatura di "alcune figure", e a un po' di regole per il calcolo di aree e volumi (per inciso, parlare di denominazione di figure, anziché di tipi (o specie, o classi) di figure, è una svista epistemologica dalla quale non vanno esenti neppure i nuovi programmi).

Come si spiega la carenza della geometria? Intanto, nella nostra tradizione "colta" artigiani e artisti sono separati da scienziati e pensatori. Manca perfino il linguaggio per parlare in modo preciso di azioni nello spazio, o per lo meno molti (spesso pure fra le persone colte) trovano difficoltà a esprimersi. La geometria non sa esprimersi se non cominciando dal livello di Euclide. Ora ci si è resi conto che v'è una fase di attività che necessariamente debbono precedere quel livello, ma ancora risulta difficile intendersi a questo proposito. Strettamente collegata a queste difficoltà, è l'idea che la sola "vera geometria" sia quella degli Elementi di Euclide e che, se non per scopi "pratici", le premesse a questa fase siano una perdita di tempo. Fra l'altro, anche nella stessa Grecia classica, qualcosa c'è certamente stato; e, secondo Szabo, forse la matematica prima di Platone e di Aristotele si stava organizzando secondo paradigmi diversi da quelli euclidei.

3. Nel ginnasio-liceo, dopo un periodo iniziale in cui i programmi sono piuttosto eclettici, arrivando ai limiti e alla geometria proiettiva, a partire dal 1867, sotto l'impulso di Brioschi e di Cremona, predomina una concezione dichiaratamente rigorista e purista. Si parla di "rigore assoluto" e "inflexibile"; l'aritmetica deve essere razionale (questo termine viene però

interpretato in vario modo, da trattazioni "di buon senso" fino allo sviluppo rigoroso del sistema di Peano). La geometria deve essere quella di Euclide: si arriva a indicare in quale classe deve essere fatto ciascuno dei libri geometrici degli Elementi (compreso il V, sulla teoria delle proporzioni). Lo studio della geometria comincia in quinta ginnasio (in seguito sarà iniziato in quarta): e in questo bisogna dare atto ai riformatori di una inflessibile coerenza, nel ritenere improponibile una trattazione euclidea nella scuola elementare e in buona parte del ginnasio.

Si può osservare che nel 1867 la geometria non euclidea era ancora un argomento non del tutto sistemato: quando pochi anni dopo ne fu dimostrata la coerenza relativa a quella della geometria euclidea, quest'ultima si poteva cominciare a considerare come qualcosa di meno assoluto; ed era ancora di là da venire la sistemazione gruppale di Klein (nata dapprima come esigenza di sistemazione interna della geometria, e solo in un secondo tempo agganciata, da Poincaré, e da Enriques, ad aspetti di carattere genetico; e infine non era ancora iniziata la revisione degli assiomi della geometria euclidea (Pasch, Veronese, Peano, Hilbert, ...).

Questa concezione della Matematica ha però di fatto impedito l'elaborazione di una "geometria intuitiva" che facesse da ponte fra l'esperienza spaziale di tutti e una trattazione della geometria razionalmente compiuta. Tant'è che ancor oggi certi testi per la scuola dell'obbligo sono in pratica una brutta copia del testo di Euclide; tant'è che quando nel 1909 la commissione Boselli (di cui faceva parte G. Vailati) osservava che "a questa conoscenza della geometria gli alunni non possono giungere mediante la semplice ... contemplazione passiva delle figure", e che "credere .. a tale esigenza spontanea della mente... non sia possibile ... dare alcuna soddisfazione fino a ... una trattazione sistematica della geometria ... Š uno dei più dannosi pregiudizi che si oppongono ad un buon ordinamento degli studi di geometria...", e quindi proponeva l'insegnamento della geometria intuitiva fin dall'inizio del ginnasio, tali interessanti indicazioni rimasero lettera morta.

La geometria intuitiva era stata introdotta nel 1900, ma allo stesso livello minimo della scuola elementare. Ogni tanto appare qualche interesse per la storia (nella relazione Boselli, si parla di far conoscere la cultura greca anche attraverso la sua matematica: perché non si fa qualcosa del genere nel liceo classico?), o per i problemi epistemologici ("analizzare l'ufficio di alcune proposizioni elementari", ma "le disquisizioni sui fondamenti sono escluse dalla scuola", o "eviterà quelle disquisizioni, in parte filosofiche, sui principi..."). Si evita cioè di esplicitare una filosofia della matematica: ma quella implicita è chiarissima, fondata sulla sicurezza che la Matematica è un sistema di verità assolute; e sono evidenti altre caratteristiche che Ernest trova nelle filosofie "assolutiste" della Matematica (interesse solo per il prodotto finito e non per lo sviluppo della conoscenza; la Matematica considerata come qualcosa di separato dal resto del sapere e non motivata dalle applicazioni; mancanza di interesse per le problematiche sociali e umane).

Più precisamente, la filosofia della Matematica sottostante è decisamente platonista. Per esempio, nei programmi del 1904 si parla di "pochi principi che tutti siano disposti ad ammettere come veri ...": si può ritenere una controprova il fatto che non abbia effetto la relazione Boselli che parlava invece di "stimolare la capacità di raziocinio e di invenzione".

Nelle istruzioni ai programmi del ginnasio-liceo moderno si parla del "pericolo di cadere in un grossolano empirismo o quello non meno grave di subire le lusinghe di un esagerato criticismo": parole che la dicono lunga sulla visione statica della Matematica che pervade i programmi. Eppure a volte i matematici avrebbero potuto guardare un po' fuori, nella cultura circostante, per avere

qualche suggerimento didattico o epistemologico: per esempio, quando già nel 1764 il filosofo T. Reid pensava alla geometria non euclidea "per modelli"; o quando Rousseau tracciava un abbozzo di piano di lavoro per un insegnamento intuitivo e sperimentale della geometria. Parleremo più avanti della riforma Gentile.

4. Più complesso è il giudizio sui programmi dell'istruzione tecnica: per molti anni essa è stata alle dipendenze di altri ministeri (è molto probabile che un insegnante non potesse trasferirsi all'istruzione classica e viceversa); vi sono stati molti tipi di istituto tecnico, e i programmi si sono ispirati a un certo eclettismo, comprendendo sia trattazioni rigorose sia aspetti strumentali. Particolarmente vasti quelli della sezione fisico-matematica, che avrebbe dovuto dare accesso direttamente al triennio degli studi di Ingegneria.

Un certo eclettismo dei programmi viene introdotto anche nei licei dalla riforma Gentile; anzi, questa inizialmente, fissando solo gli argomenti d'esame, favorisce, come osserva Vita, un'impostazione nozionistica. Negli anni '30 vengono emanati i programmi che sono sostanzialmente quelli in vigore ancora oggi. L'eclettismo non è di per sé un fenomeno negativo: troppo difficile risulta costringere la Matematica entro schemi rigidi. Tuttavia, esso mette ancor di più in difficoltà gli insegnanti quando non siano dati loro gli strumenti per gestirlo; e la stessa formazione degli insegnanti è stata e in buona parte è tuttora eclettica, una somma di saperi particolari senza una riflessione unificante, senza un tentativo di mettere in luce gli aspetti culturali della Matematica.

Gli esami di maturità hanno in questo senso peggiorato le cose; soprattutto dal 1969, quando nel liceo scientifico si è conservato l'esame scritto di matematica abolendo di fatto quello orale (ed esaltando così solo certi aspetti della Matematica: fortunatamente, negli ultimi anni si è cominciato a inserire qualche argomento nuovo nei temi); o nel liceo classico, dove (quando è previsto l'orale di matematica), è la trigonometria che domina (quale idea può restare a proposito del valore culturale della Matematica?). Del resto, il doversi limitare a certe materie, e all'ultimo anno, non favorisce certo un approccio formativo alla Matematica.

Negli anni '60 ha cominciato a farsi sentire il movimento della "Matematica moderna", che tendeva a basare tutto sulla teoria degli insiemi, a evidenziare le strutture matematiche, a rafforzare il rigore: principi abbastanza validi, in quanto corrispondevano a una concezione generale della Matematica, ma che là dove sono stati applicati integralmente hanno condotto a delle assurde esagerazioni: la filosofia della Matematica sottostante era sempre assolutista, con quelle mancanze d'interesse che abbiamo segnalato più sopra; solamente si rifaceva a una epistemologia formalista invece che platonista.

Non si può certo dire che il movimento in Italia abbia avuto successo: questo ci ha risparmiato dagli eccessi verificatisi altrove, ma non mi sembra neppure giusto gioire della reazione che ora in Francia è in atto contro quel movimento. Ci sono modi corretti per costruire la Matematica da un punto di vista strutturalista (ne riparleremo più avanti). Per esempio, una modernizzazione "naturale" della Matematica fu proposta negli anni 1966-67 con i "programmi di Frascati", che ci avrebbero portato a un livello europeo: ma essi non ebbero fortuna. Qualche modernizzazione "spinta" si è avuta anche in Italia, in modo episodico: per esempio, nei programmi del liceo



linguistico (con tre ore settimanali di lezione per Matematica e Fisica assieme) si parla di "cenni agli spazi a più di tre dimensioni"!

5. Un discorso a parte meritano i programmi attuali della scuola dell'obbligo e quelli proposti per le superiori (commissione Brocca e/o piano nazionale d'Informatica).

Il primo è stato quello della scuola media del 1963: impostato su avvertenze molto valide, quando passava ai contenuti cadeva un po' di tono (sembra non per colpa della commissione preposta alla sua realizzazione): tuttavia è un buon esempio di quella "Matematica intuitiva" che deve precedere le formulazioni più rigorose. I programmi del 1979 sono caratterizzati da un approccio "empirista" alla Matematica (si veda per esempio il tema 1: "la geometria prima rappresentazione del mondo fisico"), che nel corso del triennio si evolve verso una visione "strutturalista" (si veda il tema 7: "Corrispondenze e analogie strutturali").

Ancor più netto il cambiamento nei programmi vigenti delle elementari: anzitutto, si parla finalmente di "Matematica", riconoscendo così pari dignità all'insegnamento matematico elementare; trovano posto logica, statistica e probabilità (l'informatica è appena accennata); la geometria è finalmente presente fin dal primo ciclo, con indicazioni per un lavoro concreto che sia la base per le elaborazioni successive (ritengo tuttavia che ci sia ancora spazio per precisare ulteriormente questa linea: ovviamente i programmi non possono dire tutto, per qualsiasi settore, ma in questo caso, a causa della mancanza di una tradizione, mi sembra particolarmente importante approfondire l'argomento). Lo spirito dei nuovi programmi è decisamente "costruttivista" (nel senso che le conoscenze debbono essere costruite nel lavoro di classe, coinvolgendo gli allievi) ed "empirista". È anche chiaro il proposito di trovare, per i vari ambiti della Matematica, gli argomenti, e soprattutto il livello di trattazione, adatti all'età degli allievi.

Una filosofia della matematica adeguata deve essere in grado di tenere conto dei diversi livelli ai quali si deve operare. A mio avviso un buon punto di riferimento è dato dal quasi-empirismo di Lakatos: questi parla delle teorie matematiche formalizzate come teorie da sottoporre al controllo delle teorie informali corrispondenti (analogamente alle teorie sperimentali, che vengono sottoposte al controllo dei fatti sperimentali); a noi conviene estendere quest'idea ai vari "livelli di formalità" che un settore della Matematica può presentare. Anche teorie costruttiviste (per esempio il "costruttivismo sociale" di Ernest, che del resto è compatibile con il quasi empirismo, ma tende piuttosto a enfatizzare il doppio ruolo, soggettivo e di partecipazione sociale, della costruzione del pensiero matematico) possono essere interessanti.

Nei programmi per il biennio delle superiori, proposti dalla commissione Brocca, è particolarmente rilevante il paragrafo iniziale sulle "Finalità dell'insegnamento": in esso viene messa in evidenza la doppia natura della Matematica da un lato strumento per affrontare problemi sulla realtà (e quindi gli aspetti di matematizzazione); dall'altro costruzione autonoma del pensiero umano. Giustamente, nelle finalità vengono appaiati obiettivi che in questo senso si presentano come complementari.

I contenuti danno però a volte l'impressione di una certa disomogeneità. Per esempio, la logica e l'informatica fin dall'inizio hanno un piglio abbastanza formale, mentre la geometria assiomatica viene rinviata al triennio: questa può essere una buona scelta, ma è proprio una trattazione assiomatica della geometria che dà un buon approccio a una trattazione formale della logica. Si

osservi che così si pone anche il problema del taglio da dare alla trattazione della geometria nel biennio, in modo da allacciare la fase prevalentemente sperimentale della scuola media a quella assiomatica: è la continuazione del problema che nel secolo scorso si è presentato per la geometria intuitiva. Per trovare una soluzione, occorre una filosofia della matematica che consenta di far funzionare livelli di formalizzazione diversi: il quasi-empirismo si presenta come particolarmente interessante. Le indicazioni contenutistiche della geometria sono un po' scarse: questo può avere aspetti positivi, in quanto lascia maggiore libertà di scelta: ma (pensando anche all'attuale crisi dell'insegnamento della geometria) si deve ancora una volta rilevare la necessità di un quadro di riferimento generale entro il quale fare un sistema di scelte.

Un'ultima osservazione, che cerca di accostare quel che è successo alla geometria con quello che potrebbe accadere alla logica. L'eccesso di ammirazione per la trattazione di Euclide ha bloccato per decenni l'elaborazione di una linea culturale e didattica per la geometria pre-assiomatica. Analogamente, c'è il rischio che l'eccesso di aderenza alla logica nella sua forma più avanzata (come appare nei programmi proposti per le superiori) blocchi l'elaborazione di una linea di sviluppo didattico per la logica.

#### BIBLIOGRAFIA

PAUL ERNEST, *The Philosophy of Mathematical Education*, The Falmer Press, London 1991.

IMRE LAKATOS, *A renaissance of empiricism in the recent philosophy of mathematics?*, in "Mathematics, science, epistemology", Cambridge University Press, 1978.

CARLO FELICE MANARA, *Programmi ministeriali e insegnamento della Matematica nella scuola elementare*, Atti del Convegno "Per la storia dell'insegnamento della Matematica in Italia", Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano, 1991.

LUIGI PEPE, *Note e documenti per una storia dei programmi di matematica delle scuole elementari italiane (1859-1985)*. *L'Educazione Matematica*, II, 6, 47-81.

VINCENZO VITA, *I programmi di matematica delle scuole secondarie dall'unità d'Italia al 1986*, UMI - Pitagora, Bologna 1986.

## ESERCITAZIONI MATEMATICHE: UNA RIVISTA AD USO DEGLI STUDENTI UNIVERSITARI

Biagio Micale - Dipartimento di Matematica dell'Università di Catania.

Lavoro eseguito nell'ambito del progetto 40% M.U.R.S.T. "Ricerche teoriche e sperimentali in didattica della matematica".

La rivista "Esercitazioni matematiche" nacque nel 1921 nell'ambito dell'attività del Circolo Matematico di Catania. Catania, all'inizio degli anni Venti, aveva il privilegio di vantare la presenza contemporanea di tre grandi matematici, M. Cipolla, M. Picone e G. Scorza, nonché di uno stuolo di valenti studiosi di chiara fama nazionale, fra cui basta citare V. Amato, G. Aprile, S. Catania, G. Marletta, N. Spampinato.

Il 30 gennaio del 1921 avvenne l'inaugurazione del Circolo matematico di Catania e la presidenza fu assegnata a N. Spampinato, allievo di G. Scorza [Cfr. A. Scimone, "Il Circolo matematico di Catania", *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, vol.IX (1989), fasc. 2, 171-191]. Il Circolo nacque col duplice intento di dare vita ad una associazione scientifica capace di riunire gli studiosi di matematica dando loro un punto di riferimento preciso per l'aggiornamento sui risultati della ricerca e di rendere più proficuo il dialogo tra il mondo universitario e quello della scuola.

Per dare concretezza a questo intento il Circolo diede vita a due riviste con finalità e caratteristiche ben distinte: "Note e memorie", diretta da G. Scorza, finalizzata a raccogliere contributi di carattere prettamente scientifico, ed "Esercitazioni matematiche", diretta da Cipolla, rivolta ad un pubblico più vasto. Sarà proprio quest'ultima rivista che contribuirà in maniera determinante al successo del Circolo e alla sua rapida espansione al di là dell'ambito strettamente locale. Ben presto, infatti, il numero degli abbonati alle "Esercitazioni matematiche", e di conseguenza degli iscritti al Circolo, crebbe al di là delle aspettative, e, in particolare, la rivista venne conosciuta in parecchie Università italiane e anche estere. Nella prima annata, oltre ai soci ordinari del Circolo, vi erano 130 abbonati e negli anni 1922-24 tale numero crebbe enormemente. Le "Esercitazioni matematiche" furono editate dal 1921 al 1923 dal libraio Giannotta di Catania, quindi dal 1924 al 1941 dal Circolo matematico di Catania; l'ultima annata (1943) venne pubblicata dal Seminario matematico di Catania.

Dall'esame delle prime quattro annate (1921-1924) risultano chiare le finalità e le caratteristiche. La rivista era rivolta ai giovani studiosi di matematica e in modo particolare agli studenti universitari, come risulta anche dalla presentazione della copertina: "pubblicazione ad uso degli studenti universitari". Essa si proponeva di stimolare il desiderio di conoscenza della matematica e di informare sull'attività matematica che si svolgeva nelle Università.

Essa conteneva tre rubriche: "Lezioni e conferenze", "Palestra", "Vita matematica". La rubrica "Lezioni e conferenze" era aperta a tutti i cultori della matematica e conteneva una serie di articoli didattici, di Storia della matematica, le conferenze tenute da professori universitari a titolo di prolusione o di integrazione dei loro Corsi. Si tratta in genere di conferenze svolte nell'Università di Catania nell'ambito dell'attività del Circolo, ma venivano inserite anche conferenze tenute in altre

Università e ritenute di grande valore culturale. Gli articoli, dopo l'approvazione della Direzione della rivista, venivano pubblicati gratuitamente.

Nell'Appendice 1 di questa nota vengono elencati tutti gli articoli pubblicati in questa rubrica. Alcuni di essi, specialmente fra quelli pubblicati nelle prime annate, sono di grande interesse culturale e risultano per certi versi ancora attuali. Basta citare per esempio le due conferenze di G. Scorza "Essenza e valore della matematica" e "Il valore educativo della matematica", quella di Picone su "L'artiglieria italiana nella guerra mondiale" e quella di Cipolla sulle "Bellezze palesi e bellezze ascose dell'aritmetica".

La "Palestra" era dedicata soprattutto agli studenti universitari. In essa venivano proposti alcuni quesiti sulle materie dei corsi universitari e successivamente venivano pubblicate le migliori soluzioni e i nomi di tutti i solutori. Nell'ambito di questa rubrica venne indetta una gara che si disputava secondo tre categorie: la prima relativa alle materie del I anno, la seconda a quelle del II anno e la terza a quelle del III e IV anno. Venivano messi in palio dei libri di letteratura matematica. La gara era riservata agli studenti universitari di qualunque sede ma chiunque poteva inviare le soluzioni; fra i solutori vi erano infatti anche insegnanti di scuola secondaria e persino studenti liceali. Inoltre potevano essere inviate delle questioni da proporre, corredate da cenni di soluzione. I quesiti proposti recavano il nome dei proponenti (nei primi fascicoli si leggono tra gli altri i nomi di G. Scorza, Cipolla, Picone e L. Bianchi). Dopo i primi mesi la rubrica ebbe un enorme successo e il numero dei solutori aumentò progressivamente.

I quesiti proposti non erano in genere semplici applicazioni di risultati teorici ma spesso erano delle vere e proprie sfide al gusto di inventiva e di originalità. Basti pensare che ad un quesito proposto da Picone rispose Bianchi con una soluzione che fu pubblicata nella rubrica "Conferenze e lezioni" (Anno III, 1923, fasc.4). Complessivamente sono stati proposti 440 quesiti di cui ben 303 nelle prime cinque annate. Nell'Appendice 2 di questa nota vengono riportati i testi e le soluzioni di alcuni quesiti proposti.

A partire dal 1934 (seconda serie) nella rubrica "Palestra" sono stati inseriti anche i testi e le risoluzioni dettagliate dei temi delle prove scritte di matematica assegnati ai concorsi a cattedre e agli esami di abilitazione all'insegnamento nelle scuole secondarie superiori e inferiori.

Tra i vincitori delle gare annuali scopriamo nomi di personaggi illustri, che in seguito diventeranno titolari di cattedre universitarie; basta citare due nomi: L. Campedelli, vincitore nel 1923 come studente del II anno (a Pisa) e nel 1924 come studente del III anno; G. Ricci, anch'egli studente del terzo anno (a Pisa), vincitore ex equo con Campedelli nel 1924. Campedelli e Ricci furono premiati ricevendo in dono rispettivamente il testo di "Geometria analitica e proiettiva" di M. De Franchis e le "Lezioni di analisi infinitesimale" di Picone. Il vincitore della prima annata (1921) fu A. Colucci (studente di IV anno a Napoli), che risolse ben 24 quesiti e che ottenne in premio la "Teoria delle algebre" di G. Scorza. Negli anni successivi Colucci diede un notevole contributo alla "Palestra" proponendo numerosi quesiti.

In "Vita matematica" si dava notizia dell'attività che si svolgeva fra gli studenti e per gli studenti. Vi erano informazioni su Congressi, seminari di studio, programmi dei Corsi superiori, associazioni matematiche e in particolare il Circolo matematico di Catania, borse di studio, concorsi e nomine nelle Università, concorsi nei Licei con gli elenchi dei vincitori e degli idonei. Venivano inoltre pubblicati gli elenchi dei laureati con notizie sulle tesi ed erano riportati i pieni

voti assoluti con l'eventuale lode. La rubrica conteneva anche notizie sulle gite di professori e studenti con ampi e gustosi resoconti.

I fascicoli si chiudevano con la recensione di libri e un elenco di testi ricevuti in dono dal Circolo. Le recensioni riguardavano testi universitari (notevole per esempio quella scritta da Cipolla, apparsa nel fasc.1 del 1923, del trattato "Corpi numerici e algebre" di Scorza) e testi scolastici. Per quest'ultimi non mancavano le stroncature, come quella di Cipolla ad un testo di Aritmetica razionale per gli Istituti magistrali (Anno 1937, fasc.5-8, 142-144).

Dopo le prime quattro annate la rivista subì una notevole contrazione. Il trasferimento contemporaneo di Cipolla a Palermo e di Picone a Pisa, nel 1923, lascerà ben presto il segno. Cipolla continuerà a dirigere la rivista da Palermo ma a poco a poco le sezioni più originali e più coinvolgenti, la "Palestra" e "Vita matematica, subiranno una lenta involuzione, perdendo progressivamente quelle caratteristiche che avevano decretato il successo della rivista. Così, anche a causa di problemi finanziari dell'editore Giannotta, dopo il 1924 la rivista rimase ferma fino al 1927. In tale anno essa venne fusa con "Note e memorie"; questa nuova edizione prese il nome di "Note ed Esercitazioni" e uscì solo in due annate. Nel 1934 riprese la pubblicazione della rivista "Esercitazioni matematiche" nella veste iniziale (II serie) e proseguì fino all'ultima annata del 1943, con sospensioni negli anni 1939 e 1942. Complessivamente vennero pubblicati 14 volumi annuali. Nelle prime annate ogni volume si componeva di sei fascicoli con cadenza bimestrale; in seguito il numero dei fascicoli e il numero complessivo delle pagine si ridusse progressivamente.

Il volume del 1927 conteneva due rubriche: "Note e memorie" e "Palestra"; il volume del 1931 conteneva solo "Note e memorie". Nella serie II (dal 1934 in poi) la rubrica "Vita matematica" venne sostituita da un Notiziario, che però finì col perdere via via mordente e interesse.

La pubblicazione della rivista si concluse col volume del 1943. La rivista "Le Matematiche", pubblicazione del Seminario matematico di Catania, nata nel 1944, è la naturale continuazione delle due riviste "Note e memorie" ed "Esercitazioni matematiche". Essa infatti nelle sue prime annate oltre alla sezione dedicata agli articoli scientifici conteneva la rubrica "Palestra". Tuttavia dopo pochi anni "Le Matematiche" assunse la sua definitiva veste di rivista scientifica.

## APPENDICE 1 -- ELENCO DI TUTTI GLI ARTICOLI PUBBLICATI NELLA RUBRICA "LEZIONI E CONFERENZE"

### ANNO 1921

G. Scorza, Essenza e valore della matematica.

M. Cipolla, Sistemi di numerazione e proprietà dipendenti da essi.

G. Marletta, Distanza di due punti immaginari.

G. Marletta, Breve sunto delle conferenze tenute al Circolo Matematico.

G. Mignosi, Il teorema di Abel.

E. Paci, Origine e progressi dell'astrofisica.

G. Fubini, Teorie elementari della relatività.

M. Picone, Sugli sviluppi in serie di Mac Laurin delle funzioni elementari.

G. Mignosi, I numeri reali in un sistema di numerazione di base qualunque.

V. Amato, Sulle sostituzioni ortogonali.

B. Levi, Sulla dimensionalità dello spazio.

M. Cipolla, Riduzione di una sostituzione lineare a forma canonica.

#### ANNO 1922

C. Severini, Sull'inversione di un sistema di funzioni.

M. Picone, Compiuta ricerca degli estremi assoluti di un particolare integrale semplice mediante la sola applicazione del teorema di Eulero.

S. Catania, Sulla relazione .....

M. Cipolla, Bellezze palesi e bellezze ascose dell'Aritmetica.

G. Mignosi, Le sostituzioni lineari che non alterano una quadrica.

M. Picone, Simultanea nuova dimostrazione della necessità delle condizioni di Legendre e di Jacobi.

R. Marcolongo, Uno sguardo sintetico alla teoria speciale e generale della relatività.

E. Boggio-Lera, Nuove deduzioni del teorema del parallelogramma delle forze mediante considerazioni statiche.

M. Picone, Sopra alcuni problemi di analisi matematica posti dalla Fisica.

O. Lazzarino, Breve escursione nel campo dei moti giroscopici.

E. Bartolotti, Definizioni di numero.

#### ANNO 1923

M. Picone, L'artiglieria Italiana nella guerra mondiale.

U. Cassina, I punti ciclici e il circolo assoluto nel "Traité," di I.V.Poncelet.

E. Bartolotti, Manoscritti matematici, riguardanti la storia dell'Algebra, esistenti nella biblioteca di Bologna (Parte I).

A. Campetti, Complessità delle linee spettrali.

O. Lazzarino, Teoria sintetica dei moti giroscopici di sistemi non completamente rigidi.

E. Bartolotti, Manoscritti matematici, riguardanti la storia dell'Algebra, esistenti nella biblioteca di Bologna (Parte II).

M. Del Re, Dimostrazione di un teorema sulle curve sghembe razionali.

- L. Bianchi, Intorno ad una questione sulle superficie podari.
- U. Cassina, Il moto dei gravi e la relatività.
- G. Mignosi, Il teorema di Ostrogadwski sugli zeri multipli di un polinomio.
- G. Scorza, Il valore educativo della matematica.
- L. Baeri, Sui determinanti dedotti dalle relazioni lineari ricorrenti.

#### ANNO 1924

- C. Burali Forti, Trattrici e catenarie relative ad una linea.
- T. Rietti, Un teorema sul limite di alcune successioni.
- M. Cipolla, Il teorema della continuità delle radici di una equazione algebrica.
- M. Picone, Sopra un teorema relativo agli integrali superficiali.
- M. Cipolla, Alcune estensioni dei teoremi delle radici caratteristiche delle sostituzioni lineari.
- A. Campetti, Dalla chimica alla astronomia.
- G. Mammana, La derivabilità  $n$ -ma degli integrali di un sistema di equazioni differenziali di tipo normale dipendenti da parametri rispetto ai valori iniziali a questi parametri.
- L. Baeri, I gruppi non abeliani dell'ordine  $p^3$  e  $p^4$  essendo  $p$  un numero primo.
- M. Cipolla, Considerazioni intorno alla teoria della divisibilità.
- M. Maggini, L'ipotesi ottica delle macchie di Marte e le osservazioni eseguite a Catania nel 1924.
- C. Burali Forti, Risoluzione grafica e algebrica del sistema  $x^2+xy+y^2=a^2$ ,  $x^2-y^2=b^2$ .
- F. Oliveri, La bussola giroscopica. Teoria elementare ed esperienze di lezioni.

#### ANNO 1927

- P. Nalli, Sull'operazione funzionale .....
- G. Gallucci, Un'interpretazione geometrica della risolvente di Lagrange dell'equazione di 4o grado.
- G. Barba, Sulle funzioni simmetriche composte mediante più funzioni di un parametro e le loro derivate.
- G. Marletta, Preliminari per la teoria degli  $(r-1)$ -complessi di rette dell' $S_r$ .
- M. Cipolla, La posizione odierna della matematica di fronte al problema della conoscenza.
- G. Bellanti, Sugli integrali infiniti.
- B. Caldonazzo, Vortici spirali in un canale.
- N. Boggio-Lera, Trisezione approssimata di un angolo mediante la riga e il compasso.

L. Toscano, Teorema di Stieltjes per i determinanti involutori.

ANNO 1931

G. Mignosi, Perfezionamento del teorema di Francoeur e Binet sulle funzioni di Sturm.

G. Andreoli, Sulla distribuzione dei redditi.

G. Barba, Sulla definizione di lunghezza di una curva.

G. Gallucci, La trasformazione ortocentrica nello spazio.

V. Amato, Sul gruppo totale delle sostituzioni sopra  $n$  elementi.

N. Spampinato, Le reciprocità riemanniane di una matrice di Riemann.

G. Guarnaccia, Geodetiche su certe superficie dotate di linee angolose e punti conici.

B. Caldonazzo, Onda solitaria provocata da un vortice in un canale.

V. Amato, Sul rango del gruppo totale delle sostituzioni sopra  $n$  elementi.

N. Spampinato, Un'interpretazione geometrica del teorema di esistenza delle matrici di Riemann.

N. Spampinato, Sulle matrici di Riemann pure.

N. Spampinato, Algebre elementari, teoria delle semialgebre e cicli pseudoriemanniani.

G. Andreoli, Rose nel tiro di caduta.

R. Cormagi, Azioni dinamiche esercitate in un moto piano liquido provocato da vortici liberi in un semipiano.

G. Andreoli, Sopra un problema di geometria cinematica.

ANNO 1934

M. Cipolla, Evaristo Galois nel primo centenario della sua morte.

G. Mignosi, Grandezze e misure.

A. Sorrentino, Un teorema di minimo in geometria piana.

G. Mignosi, Proporzioni e proporzionalità.

L. Caldo, Il teorema di Menelao e la trigonometria sferica,

A. Cammarata, Sulla decomposizione secondo Hermite delle funzioni razionali.

G. Scorza, Eugenio Bertini nel primo anniversario della sua morte.

P. Cattaneo, Sulle cubiche piane ellittiche.

G. Mignosi, Aree e volumi indipendentemente dall'equivalenza geometrica.



E. Ciani, Osservazioni sopra alcune quartiche piane.

#### ANNO 1935

M. Cipolla, Il contributo italiano alla rinascita della matematica nel Duecento.

V. Piazza, Sui poliedri di egual solido non equiscomponibili.

G. Marletta, Un teorema sulle coniche.

E. Ducci, Somma delle potenze dello stesso grado  $K$  dei lati degli  $n$ -goni regolari, convessi e stellati, inscritti nel circolo di raggio 1, quando  $n$  è primo e  $K$  è un intero positivo qualsiasi.

N. Spampinato, I numeri bicompleksi e le varietà iperalgebriche del Segre.

G. Mignosi, Le formule di Betti relative all'analisi indeterminata di primo grado.

E. Bompiani, Risultati recenti di geometria differenziale.

E. Ciani, Quadrangoli e quadrilateri collegati alle cubiche ellittiche piane.

M. Cipolla, Indagini antiche e nuove sui misteri dell'Aritmetica.

G. Palamà, Sulla razionalizzazione di espressioni della forma ....

P. Cattaneo, Esercizi sulle cubiche piane.

P. Cattaneo, Sulle curve piane algebriche.

G. Mignosi, Dimostrazione elementare del principio di Cavalieri per le aree e i volumi.

#### ANNO 1936

G. Usai, Inviluppi di cerchi con altre curve.

A. La Barbera, Dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra nel campo reale.

M.C. Alessi, Su una disuguaglianza di Liapounoff.

D. Grieco, Sulle equazioni di terzo grado con radici opposte.

L. Chiara, Sulla divisibilità del prodotto di  $n$  interi consecutivi per  $n!$ .

S. Amante, Sulla deduzione dei teoremi di De L'Hospital dai teoremi di Stolz.

A. Cammarata, Sui divisori dei polinomi  $P(xy)$ , funzioni del prodotto  $xy$ , in un dato corpo.

G. Mignosi, Estrazione di radice dei polinomi.

G. Mignosi, Il teorema di Gelfond.

P. Cattaneo, Sopra una particolare quartica piana trinodale.

#### ANNO 1937

M. Cipolla, Nulla e zero.

M. Bonica, Determinazione diretta dell'angolo di parallelismo nella metrica iperbolica.

M. Cipolla, Su due diverse estensioni della funzione  $\alpha(u)$  di M"bius.

V. Amato, Di un algoritmo per il calcolo del minimo comune multiplo.

L. Sapienza, Nel bicentenario della nascita di Luigi Galvani.

E. Abita, Compatibilità degli assiomi della logica.

L. Tocchi, Sopra una semplificazione delle condizioni di Eulero-Sylvester-Bézout (affinché due polinomi abbiano un M.C.D. di dato grado).

M. Ales, Sopra una proprietà proiettiva delle coniche.

P. Sconzo, Una notevole trasformazione di coordinate.

A. La Barbera, Dimostrazioni sintetiche elementari delle formule della ciclometria.

#### ANNO 1938

M. Cipolla, Mistica dei numeri. Aritmetica magica e satanica.

O. Tigano, Podaria e antipodaria di una curva piana.

P. Tortorici, Sugli irrazionali quadratici.

G. Calapaj, Su una decomposizione di taluni determinanti in fattori razionali.

L. Tocchi, Sui fondamenti della teoria delle serie doppie.

V. Amato, Determinanti e matrici circolanti.

V. G. Cavallaro, Fondamenti vincolati e completi delle geometrografie, elementi per la riduzione simbolica del linguaggio costruttivo, note varie e bibliografia.

#### ANNO 1940

N. Spampinato, Introduzione dei numeri complessi, duali, bireali, bicompleksi e biduali col metodo delle radici quadrate del secondo ordine.

E. Maccaferri, Sulla struttura degli insiemi di punti.

M. Filosto, Sul numero dei numeri primi inferiori a un dato limite.

N. Spampinato, Gaetano Scorza.

C. Agostinelli, Moto di un corpuscolo elettrizzato nel campo elettrico e magnetico di una corrente elettrica costante che percorre un filo rettilineo.

E. Abita, Nuovi indirizzi della logica formale.

D. Grelli, Un metodo per la risoluzione in numeri interi della equazione di primo grado a due incognite.

G. Usai, Proprietà combinatoria di certe medie.

R. Mercuri, Sul centro di gravità del trapezio.

E. Abita, I fondamenti dell'aritmetica secondo una teoria puramente formale.

#### ANNO 1941

N. Spampinato, Gli  $S_1$  proiettivi legati alle algebre doppie reali dotate di modulo e loro rappresentazione.

G. Mignosi, Sul teorema fondamentale dell'algebra nell'algebra classica e nell'algebra moderna.

R. Calapso, Il rapporto anarmonico.

C. Agostinelli, Sul principio dei lavori virtuali.

E. Ciani, Intorno a una quartica piana dotata di un punto triplo.

V. G. Cavallaro, Punti di Fenerbach.

V. G. Cavallaro, Appunti per un'attraente lezione di trigonometria.

G. Giuga, Le progressioni.

R. Mercuri, Sulla divisione del triangolo in parti equivalenti mediante corde parallele ad un lato.

P. Nalli, Un problema di geometria differenziale ed uno di cinematica.

G. Marletta, Ultraspazi.

V. Amato, Funzioni di matrici.

#### ANNO 1943

V. Amato, Galileo.

G. Usai, Rendite certe di tipo speciale.

G. Giuga, Le progressioni.

O. Maggio, Sulle trasformazioni per raggi vettori reciproci.

V. Amato, Sul gruppo di Galois di un'equazione antireciproca di grado pari generica.

V. Giambusso, Sui teoremi di Nicoletti relativi alla equiscomponibilità dei poliedri.

V. G. Cavallaro, Quadri generalizzati di numeri figurati.

P. Nalli, Sul rapporto anarmonico di quattro punti di una curva.

F. Salafia, Le omografie spaziali che lasciano invariata la quadrica  $x t - y z = 0$ .

#### APPENDICE 2 -- SEGNALAZIONI

PARTE I: ALCUNI QUESITI PROPOSTI NELLA RUBRICA "PALESTRA"

1921: 1) M. Cipolla, 2) G. Scorza, 3) M. Picone, 4) G. Mignosi

1922: 5) M. Cipolla, 6) V. Amato, 7) M. Cipolla, 8) G. Scorza

1923: 9) G. Marletta, 10) N. Spampinato, 11) M. Picone, 12) G. Marletta

1924: 13) L. Bianchi

1927: 14) L. Campedelli

PARTE II: ALCUNE SOLUZIONI

1) G. Vizzini, M. Cipolla

3) A. Colucci

9) L. Campedelli

11) G. Ricci

## INDAGINE BIBLIOGRAFICA SULLE PUBBLICAZIONI MATEMATICHE PERIODICHE ITALIANE ATTINENTI PRINCIPALMENTE ALLA DIDATTICA.

Pietro Nastasi - Filippo Spagnolo. Dipartimento di Matematica ed Applicazioni - Università di Palermo -Via Archirafi 34 – Palermo.

Questo rapporto ha lo scopo di fornire alcuni dati relativi alle pubblicazioni periodiche matematiche italiane che hanno avuto rapporto con la didattica. Per quanto riguarda i cenni storici ci siamo avvalsi di un articolo di V. Cavallaro ("Storia del giornalismo matematico Italiano", Bollettino di Matematica, Fascicolo III, 1930) e di una indagine bibliografica analoga di G. Pirillo (N.U.M.I., n. 11, 1977).

### 1) Giornale di Matematiche

Fondato nel 1863 da Giuseppe Battaglini, già professore alle Università di Roma e di Napoli. Dal 1866 fino alla morte del Battaglini (1893), fu diretto esclusivamente dal suo fondatore. Dal 1894 al 1909 fu diretto dal prof. Capelli dell'Univ. di Napoli e dal 1910 fu diretto dal prof. E. Pascal della medesima Università.

### 2) Rivista di Matematica Elementare (1874-1885)

Fu fondata nel 1874 dal prof. Giovanni Massa, insegnante di ragioneria. La rivista seguì le sorti del Massa e dal 1877 venne pubblicata a Novara. Nel 1879 la direzione venne assunta dal prof. F. Gastaldi.

### 3) Il piccolo Pitagora

Fu fondata nel 1883 dal prof. A. Cavezzali a Novara per gli alunni e gli insegnanti delle scuole secondarie e per i maestri.

### 4) Periodico di Matematica

Fu fondato nel 1886 da Davide Besso a Roma. Dal 1897 al 1918 fu pubblicato a Livorno sotto la direzione di G. Lazzeri. Fu fatto rinascere nel 1921 da Federigo Enriques come Periodico di Matematiche.

1° Serie (1886-1889)

2° Serie (1900-1903)

3° Serie (1904-1918)

4° Serie (1921-1970)

5° Serie (1972- )

### 5) Supplemento al Periodico di Matematica (1897-1918)

Fu fondato da G. Lazzeri nel 1897.

6) Il Pitagora (1895-1919)

Fu fondato nel 1895 da G. Fazzari ad Avellino, ma ben presto si pubblicò a Palermo.

7) Bollettino della Ass. Mathesis fra gl'insegnanti di Matematica delle S.M. (1896- )

Fu fondato da R. Bettazzi nel 1896 (nel 1895 venne fondata l'associazione "Mathesis")

8) La Palestra Scientifica (1897- )

Fondata a Torino nel 1897 dal prof. V. Giriodi.

9) Bollettino di Bibliografia e storia delle scienze matematiche (1898-1921)

Fondato da G. Loria a Torino. Nel 1922 si fuse con il "Bollettino di Matematica" di A. Conti e prese il nome di "Sezione storico-Bibliografica".

10) Il Bollettino di Matematica e di Scienze Fisiche e Naturali (1899-1917)

Fu fondato da Alberto Conti a Bologna.

11) Rivista di Fisica, Matematica e Scienze Naturali (1900-1913)

Fu fondata da Pietro Maffi a Pisa.

12) Le Matematiche pure ed applicate (1902-1904)

Fu fondata da Cristoforo Alasia a Città di Castello.

13) Il Bullettino di Matematica (1902-1922)

Fu fondato da A. Conti a Bologna e si fuse nel 1922 con la "Sezione Storico-Bibliografica" di Loria.

14) L'insegnamento Scientifico (1913- )

Fu fondato da Q. Sestini a Milano ed ebbe vita brevissima.

15) Rassegna di Matematica e Fisica (1920-1927)

Periodico mensile dell'Ist. G. Ferraris di Roma.

16) Esercitazioni Matematiche (1921- )

Fondate da M. Cipolla a Catania.

17) Il Bollettino della Unione Matematica Italiana (1922- )

18) La matematica elementare (1922-1924)

Fu fondata da G. Candido a Roma.

19) Archimede (1923-192 1° Serie)

Fu fondata a Palermo, organo della Società di Scienze matematiche allora costituitasi.

19bis) Archimede (1949- )

Fu fondato nel 1949 mantenendo come sottotitolo: "Il Bullettino di Matematica". Il Bullettino, fondato da A. Conti nel 1902 e da lui diretto da quella data fino al 1939, ha continuato le pubblicazioni, esclusa una sospensione per eventi bellici dal 1943 al 1946, fino al 1948.

20) Rivista di Matematica pura ed applicata (1925- )

Fu fondata dai proff. D. Palermo (Agrigento), A. Zappalà (Trapani).

21) Giornale di matematica e fisica nella scuola media (1927-1929)

Fu fondata dai proff. V. Marseguerra (R. Calabria), V. Cavallaro (Cefalù), A. Zappalà (Trapani).

22) Rassegna di matematica, fisica e scienze naturali (1928- )

Fu fondata dal prof. L. Conte a Gioia del Colle (Bari).

23) Quaderni della Mathesis di Cosenza (1972- )

Fondata a Cosenza da V. Costantini.

24) L'insegnamento della matematica (1970-1977), poi L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate (1978-.....)

Fondata da Candido Sitia a Paderno del Grappa.

25) L'educazione matematica (1979- )

Fondata dal prof. O. Montaldo a Cagliari.

26) La Matematica e la sua didattica (1987- )

Fondata da B. D'Amore a Bologna.

27) Le Scienze, La Matematica e il loro insegnamento (1973- )

## IL CIRCOLO MATEMATICO DI CATANIA TRA RICERCA E DIDATTICA.

Aldo Scimone - G.R.I.M. (Gruppo Ricerca Insegnamento Matematica) - Dipartimento di Matematica ed applicazioni – Università di Palermo - Via Archirafi, 34 – Palermo.

A Catania, tra la fine del XIX e la prima metà del XX secolo, la ricerca matematica e l'interesse per le problematiche relative alla didattica della matematica subirono una crescita qualitativa lenta ma costante, in rapporto al modo in cui esse si andavano sviluppando nel resto d'Italia. A ciò contribuì in maniera significativa, la presenza, sia pure non stabile, di parecchi matematici non locali. Essi, pur non avendo potuto creare vere e proprie "scuole", ciononostante, con il loro magistero e con la loro attività di ricerca, migliorarono effettivamente la qualità della produzione scientifica catanese sensibilizzarono maggiormente l'ambiente accademico verso una diversa concezione del rapporto tra insegnamento universitario e preparazione professionale dei futuri insegnanti di matematica. Con ciò non si vuole dire che non vi fossero da tempo, a livello nazionale, varie iniziative volte a venire incontro alle esigenze sia degli studenti delle scuole medie inferiori e superiori sia a quelle degli insegnanti di matematica. Basti pensare al fiorire, nella seconda metà dell'ottocento, di un grande numero di giornali e di riviste di matematica ad uso degli studenti liceali e degli insegnanti. (1)

Tra le riviste strettamente didattiche e che ebbero una vita ricca ed intensa, voglio ricordare, oltre al "Giornale di Matematica" di Bologna, il "Pitagora" fondata da G. Fazzari (1856-1935) e stampata a Palermo fino al 1918. Quest'ultima rivista contribuì non poco, a livello nazionale, a far prendere coscienza ai matematici di professione della necessità di approfondire la ricerca sulla didattica della loro disciplina. (2) Ma tutto ciò avveniva, in realtà, senza il supporto delle istituzioni scientifiche. In Sicilia, in particolare, per il periodo che ci interessa, vi era il Circolo Matematico di Palermo, di fama internazionale, che stampava dei "Rendiconti" con articoli strettamente specialistici e senza alcuna apertura ad argomenti di natura didattica. (3)

Dopo la prima guerra mondiale si cominciò a respirare in tutto il paese un clima di rinnovamento culturale che si esprime anche con il risveglio scientifico di varie sedi universitarie. Tra queste vi fu appunto Catania, pur essendo stata sempre, come Palermo e Messina (per limitarmi alla Sicilia), sede provvisoria per intere generazioni di matematici i quali, dopo brevi periodi di permanenza, avevano continuato altrove la loro attività. Fortunatamente alcuni matematici (cfr. Appendice I) risiedettero a Catania per un periodo di tempo sufficiente perché esercitassero un influsso benefico e duraturo su colleghi e studenti.

L'istituzione del Circolo matematico di Catania, nel 1921 (4), avvenne per opera di un nutrito gruppo di giovani studiosi catanesi, i quali desideravano, in primo luogo, sprovvincializzare la ricerca matematica catanese per immetterla a pieno titolo nel filone degli studi matematici italiani più avanzati; e che, in secondo luogo, avevano preso coscienza del fatto che, per un effettivo salto di qualità dell'insegnamento preuniversitario, era necessario formare buoni insegnanti di matematica attraverso un organismo istituzionale .



Si cominciava, cioè, a comprendere che, per affrontare seriamente le problematiche inerenti alla didattica della matematica, la condizione sine qua non era, da parte dei futuri insegnanti, una estesa e profonda cultura matematica. Per soddisfare entrambe le esigenze il Circolo pubblicò, sempre nel 1921, due riviste. La prima si intitolava "Note e Memorie" e ne venne affidata la direzione a G. Scorza. Essa nasceva con l'intento principale di permettere ai giovani ricercatori catanesi di pubblicare i propri lavori scientifici, dato che la stampa delle ricerche effettuate, su altre riviste, era diventata, a quell'epoca, difficile a causa delle traversie finanziarie in cui si vennero a trovare, dopo la guerra, quasi tutte le istituzioni accademiche italiane. Ma non per questo la rivista non accolse lavori di altri matematici italiani. Essa contribuì, di certo, a rendere possibile, per i giovani matematici catanesi, il confronto con la ricerca dei loro connazionali.

La seconda rivista, "Esercitazioni matematiche", venne affidata alla direzione di Michele Cipolla. (5) Essa venne ideata innanzitutto per gli studenti universitari, ma in realtà divenne uno strumento molto utile anche per gli insegnanti di matematica e per ogni cultore che desiderasse rispolverare o approfondire le proprie conoscenze matematiche. La scelta di Cipolla non poteva essere più oculata, perché egli conosceva a fondo i problemi della didattica, avendo insegnato, prima che all'Università, nelle scuole medie superiori per molti anni. (6) Non era raro infatti, allora più di oggi, che, prima di cominciare la carriera accademica, molti docenti universitari avessero insegnato, anche per lunghi anni, nelle scuole secondarie. (7) Oltre Cipolla, basta ricordare anche De Franchis, G. Scorza, G. Vitali, V. Amato. Questa esperienza d'insegnamento nelle scuole medie si rifletteva poi nel magistero universitario di questi docenti per cui, a buon diritto, si potrebbe affermare che con essi si attuava una sorta di continuità didattica.

L'impronta della direzione di Cipolla e del comitato di redazione della Rivista, di cui facevano parte, tra gli altri, N. Spampinato, V. Amato e G. Mammana, si notava nella suddivisione della rivista in due sezioni. Nella prima venivano pubblicate le "Conferenze e lezioni" e la "Palestra"; nella seconda la "Vita matematica".

Le "Conferenze e lezioni" raccoglievano i contributi di diversi matematici, anche non locali, che venivano invitati dal Circolo per trattare argomenti di vario genere: analisi matematica, epistemologia, storia della matematica, teoria dei numeri e così via. L'esposizione era sempre ad un livello comprensibile sia per lo studente che per il cultore più esperto, senza scadere mai nella divulgazione banale. Tali contributi permettevano al lettore di approfondire importanti argomenti specifici di varie discipline matematiche e quindi di attuare l'autoaggiornamento. Inoltre, a molti degli argomenti trattati nelle "Conferenze" si collegavano parecchie delle questioni proposte ai lettori nella "Palestra". Mai titolo fu più indovinato, per questa parte della rivista in cui i lettori venivano "sfidati" a risolvere varie questioni che raramente si riducevano al banale esercizio d'applicazione di qualche tecnica matematica. A titolo d'esempio, voglio ricordare che la soluzione ad una questione proposta nel secondo fascicolo del 1923, da M. Picone, e dovuta a G. Ricci, allora studente del quarto anno di matematica a Pisa, occupa ben otto pagine della rivista. Le questioni interessavano quasi tutte le discipline matematiche impartite nell'insegnamento universitario: algebra, analisi algebrica, analisi infinitesimale e così via. Fra i solutori era aperta una gara con premi consistenti in opere di matematici italiani, e tra i vincitori ve ne furono alcuni che in seguito avrebbero raggiunto una posizione universitaria. Ricordo fra gli altri, L. Campedelli, primo classificato nel 1923 e nel 1924, e G. Ricci, primo classificato ex aequo nel 1924. Non poche delle

soluzioni si distinguevano per estro e per eleganza, e nell'appendice Il riporto schematicamente, a titolo d'esempio, le soluzioni a due questioni, la prima dovuta a Campedelli e la seconda a S. Chiarenza. Quest'ultimo divenne, in seguito, uno dei docenti più valorosi delle scuole catanesi e fu principalmente un cultore di teoria dei numeri. (8)

La seconda sezione delle "Esercitazioni", la "Vita matematica", comprendeva informazioni estese su tutto ciò che riguardava sia l'ambiente matematico catanese che quello nazionale. Vi si riportavano notizie varie, sulle università, su conferenze tenute in varie sedi, su premi istituiti, sul numero dei laureati in matematica nelle varie università e così via. Questa sezione era stata ideata proprio per permettere al lettore di conoscere effettivamente ciò che si andava facendo nel resto del paese (e anche all'estero); e rispetto ad altre riviste del tempo era una novità perché le notizie erano estese ed accurate. La "Vita matematica" contribuì non poco al successo della rivista e quindi del circolo.

Al di là delle possibili critiche con il paradigmatico "senno del poi", il Circolo matematico di Catania e le "Esercitazioni" rappresentarono, quindi, una "boccata d'aria fresca" quanto mai opportuna per focalizzare l'attenzione degli studiosi sul problema reale di cercare nuove strategie metodologiche che servissero a coadiuvare meglio l'impegno dei giovani nello studio. In tal senso il Circolo ebbe proprio la funzione di catalizzatore delle energie creative dei giovani che si affacciavano alla scena della ricerca scientifica. A tal proposito ricordo che tra i soci fondatori del Circolo non pochi raggiunsero una posizione di prestigio nell'ambiente universitario. Così, ad esempio N. Spampinato, che fu presidente del Circolo per un ventennio dalla sua fondazione, divenne prima (1923) libero docente di geometria analitica e proiettiva e quindi (1932) ordinario della stessa disciplina; Laura Baeri e Maria Miglio che divennero rispettivamente liberi docenti di Geometria Descrittiva e Proiettiva; Giorgio Aprile che divenne libero docente di Geometria Analitica.

E mi piace concludere con un passo di una lettera inviata dalla professoressa Maria Miglio, ultraottantenne ma lucidissima, che fu socia del Circolo e visse proprio quegli anni di rinnovato fervore:

*"Riguardo al Circolo Matematico (...) so dirle che collaboravano caldamente tutti i professori con conferenze trattanti questioni varie e proponendo problemi per noi studenti. Era una gara in cui si impegnavano anche studenti di altre università dove i fascicoli delle esercitazioni erano richiesti in abbonamento ... così la Sicilia si estendeva al continente!"*

-----

(1) Confronta, in questi Atti, il contributo di F. Furinghetti e A. Somaglia.

(2) Confronta, in questi Atti, il contributo di T. Marino e F. Spagnolo.

(3) Per maggiori particolari confronta: A. Brigaglia, G. Masotto, Il Circolo Matematico di Palermo, Dedalo, Bari, 1982.

(4) Confronta A.Scimone, Il Circolo Matematico di Catania, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, Vol.IX, (1989), Fasc.2 pp.171-191.

(5) Confronta, in questi Atti, il contributo di B. Micale.

(6) Confronta: F.Spagnolo, Una sintesi dell'opera di M.Cipolla sull'assioma della scelta e nel campo della didattica, L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate, Paderno del Grappa, Vol.8, n.4, Agosto 1985,pp.79-96.

(7) Cfr. A. Scimone, Un genio in provincia. La presenza di M.Cipolla a Corleone, negli anni 1904-1911, Khronos, Annali del Lic. Scient. Corleone, a.s.1987/88, pp.53-60.

(8) Cfr.AA.VV. Salvatore Chiarenza, Catania, Tip. Ospizio di Beneficenza, 1970 in cui viene ricordato non solo il suo ruolo di Docente, attraverso varie testimonianze di colleghi ed ex studenti, ma anche il suo impegno civile e la sua schietta religiosità.

Ringrazio il Prof. Filippo Chiarenza, dell'Univ. di Catania, per avermi fornito questo e altro materiale biografico sul Padre.

#### APPENDICE 1 -- MATEMATICI CHE INSEGNARONO A CATANIA TRA IL 1888 E IL 1940

(Annuari M.P.I.)

1. A.Bartoli (1888-1892)
2. G.Zurria (1888-1896)
3. F.Chizzoni (1888-1899)
4. V.Mollame (1888-1911)
5. G.Pennacchietti (1889-1914)
6. S.Lauricella (1899-1910)
7. M.Pieri (1900-1908)
8. G.Fubini (1903-1906)
9. A.Bemporad (1906-1912)
- 10.C.Severini (1907-1918)
- 11.M.De Franchis (1910-1914)
- 12.M.Cipolla (1912-1923)
- 13.G.Marletta (1913-1943)

- 14.G.Scorza (1916-1921)
- 15.M.Picone (1921-1924)
- 16.E.Boggio-Lera (1922-1933)
- 17.V.Amato (1922-1956)
- 18.M.Maggini (1922-1926)
- 19.G.Albanese (1925-1927)
- 20.A.Terracini (1924-?)
- 21.F.Cecioni (1926-?)
- 22.B.Caldonazzo (1926-1931)
- 23.N.Spampinato (1922-1937)
- 24.P.Nalli (1928-1958)
- 25.G.Favaro (1928-1933)
- 26.G.D.Mattioli (1934-1939)
- 27.G.Mammana (1934-1938)
- 28.M.Miglio (1936-1939)

#### APPENDICE 2 -- SEGNALAZIONI

- a) soluzione di S. Chiarenza al Q. 45 (1922).
- b) soluzione di L. Campedelli al Q. 49 (1923).

## SCOMPARSA DI MODESTO DEDÒ

Ermanno Marchionna

Il 23 marzo scorso, in seguito ad una grave malattia, è morto a Lugano Modesto Dedò. Era nato a Gerenzano l'1-6-1914.

Dedò iniziò i suoi studi universitari alla facoltà di Ingegneria del Politecnico di Milano: quivi incontrò quello che fu il suo maestro, Oscar Chisini, il quale si rese subito conto delle dote intellettuali del giovane Dedò, lo convinse a dedicarsi alla Matematica, e lo ebbe sempre carissimo fra i suoi allievi.

Dopo la laurea fu assistente ed aiuto presso la cattedra di Geometria del Politecnico, ove fu anche professore incaricato.

Nel 1952 divenne libero docente in Geometria analitica e proiettiva.

Dal 1953 al 1966 fu professore di ruolo di Geometria presso l'Accademia Aeronautica di Nisida.

Nel 1966 si dimise dall'Accademia Aeronautica preferendo tornare a Milano, ove fu Professore aggregato di Matematiche Complementari presso l'Università di Milano fino al 1972.

Nel 1973 divenne titolare di una cattedra di Geometria al Politecnico di Milano: rientrò nella Facoltà di Scienze occupando dapprima una cattedra di Geometria, e successivamente la cattedra di Matematiche Elementari dal punto di vista Superiore.

Per vari anni fu membro della Commissione Scientifica dell'Unione Matematica Italiana e membro della Commissione Italiana per l'insegnamento della Matematica. Fu membro dell'UMI dal 1939.

È stato, assieme a Carlo Felice Manara, direttore del Periodico di Matematiche.

Con la sua attività scientifica ha recato interessanti contributi a vari settori della Matematica: Geometria algebrica e topologia nel senso classico; Geometria differenziale, Logica Matematica, Didattica della Matematica.

Egli era convinto assertore della inscindibilità della ricerca scientifica e della didattica. Vedevo la Matematica nel suo divenire storico, e pur ammirando i grandi sviluppi della Matematica moderna, lamentava l'eccessiva astrattezza con la quale tali sviluppi vengono spesso presentati agli studenti; era favorevole ad una Matematica per problemi più che ad un'eccessiva sistemazione assiomatica.

Fu per lunghi anni un appassionato animatore della Mathesis milanese, curando i rapporti tra l'Università e gli insegnanti delle Scuole Secondarie.

Il suo attaccamento alla Scuola è stato esemplare.

I Colleghi, e tutti gli allievi che ebbero la fortuna di averlo come docente, lo ricordano con affetto ed ammirazione.

(da Notiziario della Unione Matematica Italiana, aprile 1991)

## CATEGORIE, PRATICA E INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA

Renato Betti

*Dedicato al prof. C.F. Manara per il suo 75mo compleanno*

Il pensiero e i metodi categoriali sono raramente oggetto di indagine e di riflessione per le teorie didattiche, anche se ormai sono entrati di fatto, almeno come linguaggio, nel bagaglio dei laureati in matematica e quindi dei futuri insegnanti.

Esistono pochi tentativi, aventi per lo più un carattere sperimentale, di introdurre le nozioni categoriali direttamente nella formazione degli alunni, ed esistono poche considerazioni teoriche relative al senso e all'utilità di un intervento sistematico delle categorie nella formazione degli insegnanti. Fra gli esperimenti del primo tipo, mi pare che il più notevole sia quello di Lawvere e Schanuel, che lo scorso anno a Buffalo hanno tenuto un corso di "Matematica concettuale" (1) agli studenti del I anno (iscritti a tutti i corsi di laurea) basato fin dall'inizio sull'introduzione e l'uso sistematico delle nozioni categoriali (a margine noterò che sono impressionanti la quantità di materiale pratico che in questo modo viene introdotto e a volte la profondità - tenuto conto dell'uditorio - che si raggiunge in breve tempo). Certamente, il titolo del corso ("Matematica concettuale") ed il senso dell'esperimento provengono dalla convinzione (originariamente di Lawvere, sostenuta e propagandata in molte sedi, specialmente qui a Milano) che le nozioni categoriali non forniscano solo un comodo linguaggio entro cui descrivere una matematica pre-esistente, ma ne colgano tanto profondamente gli aspetti concettuali da diventare a loro volta il principale agente per lo sviluppo, l'uso e l'insegnamento della matematica.

Sviluppo, uso e insegnamento si trovano spesso congiunti nei discorsi sulle categorie e qui, accostato allo sviluppo e all'uso della matematica, c'è tutto un senso della didattica che non costituisce una specializzazione a sé stante, separata di fatto dalla produzione anche più recente della matematica e dalle sue applicazioni, anche le più moderne. In questo si ritrova un vecchio e proficuo atteggiamento, soprattutto dei matematici, che si sono sempre e in misura maggiore di altri (almeno nel passato) attivamente occupati della didattica della propria disciplina come parte costitutiva della propria attività, e in questa unità risiede già, secondo me, un primo interesse didattico per le categorie.

Per quanto riguarda le riflessioni teoriche relative all'introduzione del pensiero categoriale nell'insegnamento della matematica, mi pare che facciano parte soprattutto di normali manifestazioni del continuo sviluppo della scienza e del suo insegnamento, quasi fossero una sorta di necessità di carattere storico-genetico: è naturale chiedersi la portata didattica di un fenomeno evidente come quello delle categorie. Questo interesse, ad esempio, viene così espresso dalla Grigowska (2) in un testo del 1969: "...già lo sviluppo della nuova teoria delle categorie suggerisce nuove riflessioni sull'importanza di tale modo di pensare nell'insegnamento della matematica elementare. Ciò non significa affatto che nell'insegnamento scolastico tra poco verranno introdotti elementi di tale teoria. Tutto ciò non avrebbe senso, così come non sarebbe giusto trattare gli

elementi del linguaggio degli insiemi come un'introduzione alla teoria degli insiemi. Si tratta allora di nuove tendenze nello sviluppo del linguaggio matematico e dei modi di pensare relativi che, in forme adeguate, passano lentamente, e devono passare, nel campo della matematica elementare".

Matematica elementare: viene spontaneo chiedersi il senso di questo termine così spesso utilizzato nelle questioni didattiche e che, malinteso, può dar luogo a incomprensioni. In fondo, nella sua significazione ufficiale, ormai è divenuto un termine che designa quella parte della cultura matematica che è, o dovrebbe essere, patrimonio di tutti, anche dei non matematici. Così, la definizione di questo ambito, di ciò che ne fa o ne farà parte, della maniera con cui muta o dovrebbe mutare nel tempo, concentra la maggior parte di attenzione della didattica, almeno per quanto riguarda le nozioni fondamentali che uno studente della scuola superiore dovrà acquisire. Mi sembra che fra il problema delle "matematiche elementari" e quello della "matematica concettuale", intendendo con ciò l'applicazione sistematica e consapevole dei metodi categoriali nell'insegnamento, esistano più precisi e proficui rapporti di quello di una semplice inclusione/esclusione. Questo è secondo me un ulteriore e più preciso motivo di interesse didattico per il modo di pensare categoriale.

In prima istanza, "elementare" viene inteso come "semplice", che non richiede la conoscenza di strumenti "superiori", quindi rappresenta una prima fase dello sviluppo matematico ed è facilmente percepibile e comunicabile. Ma è anche ciò che viene prima in uno sviluppo logico, perché si riferisce agli "elementi" per l'appunto, che sono costitutivi e si trovano alla base della costruzione matematica. In questa prospettiva, come per altre materie, naturalmente, la rilevanza didattica è quella stessa dei fondamenti, da cui ci si aspetta che siano allo stesso tempo semplici ed elementari.

Tuttavia questa forma di rilevanza da sola è ambigua e può addirittura diventare pericolosa sul piano didattico: spesso è proprio la semplicità dei fondamenti a creare questa ambiguità. Ogni docente sa che il semplice ed elementare può essere facilmente frainteso per quello che di complesso reca con sé e che rischia di rimanere nascosto, per il retroterra storico-culturale che lo esprime (è, ritengo, una grande scoperta da parte dello studente quella della non banalità delle nozioni elementari, della ricchezza semantica che le espressioni semplici possono avere).

Ma le "matematiche superiori" intervengono subito, almeno come punto di vista (secondo il titolo della raccolta di Felix Klein), nell'ambiguità del rapporto didattica-fondamenti. Osservava Enriques (3) nel 1900: "Crediamo che l'insegnamento geometrico, pur restando, nei suoi caratteri essenziali, conforme all'opera di Euclide, possa avvantaggiarsi dei progressi portati, anche nel campo degli elementi, da una critica più matura e dagli sviluppi recenti delle alte Matematiche. Crediamo soprattutto che di tali progressi debbano possedere una cognizione assai larga gli insegnanti cui la scuola secondaria è affidata, affinché l'opera loro possa ispirarsi a più larghe vedute".

Risulta chiaramente che la rilevanza didattica degli elementi dipende, per una critica più matura, dalla matematica moderna che da essi proviene e con la quale intercorre una sostanziale continuità. Il problema didattico dei fondamenti consiste nell'esposizione critica delle fasi di questo sviluppo, nel rendere conto degli aspetti forse meno articolati ma certamente più profondi da cui proviene quella comprensione razionale dei fenomeni che è indispensabile per la

formazione concreta degli insegnanti ed essenziale nel collegare l'apparente semplicità a una visione generale e unitaria. Questa comprensione degli elementi, non considerati in sé ma insieme al loro sviluppo critico, è bene espressa dal titolo della raccolta di Felix Klein "Matematiche elementari da un punto di vista superiore" (1908). Si tratta, secondo me, di un titolo felice per la sintesi che realizza, opportunamente passato a designare una materia fondamentale dell'indirizzo didattico (e mi spiace che la nuova Tabella del Corso di laurea in matematica, proprio in questi tempi in discussione, non contempi questa materia fra quelle di cui è obbligatorio almeno un semestre).

Allora, vorrei riassumere fino a questo punto: un aspetto centrale della formazione degli insegnanti è quello degli elementi, non disgiunti dal loro sviluppo logico e storico-critico e dal loro carattere di generalità ed unitarietà. Il termine "critica dei principi" viene spesso usato per queste riflessioni metodologiche. Consideriamo brevemente da questo punto di vista le nozioni di teoria delle categorie. Anche al fondo delle ricerche categoriali si trova il tentativo di enucleare gli aspetti caratteristici di molte parti della matematica, tenendo conto di una lunga (seppure scarsamente conosciuta) sperimentazione concreta. Osservano Lawvere e Schanuel negli appunti relativi al loro corso di "Matematica concettuale", dopo aver definito le categorie come un nuovo metodo per capire i concetti fondamentali della matematica: "Sorprensamente, mentre questo metodo è stato usato per secoli, le definizioni esplicite delle nozioni fondamentali risalgono solo al 1945, all'articolo innovatore di Eilenberg e Mac Lane". Forse non c'è molto da sorprendersi. Spesso l'attività scientifica consapevole è consistita, almeno all'inizio, nel riconoscimento di situazioni stabilite nella pratica: già questo riconoscimento è innovatore, per il suo punto di vista.

E ora bisogna chiedersi: in che misura tutto questo si può riferire alla didattica della matematica? in particolare, secondo me più proficuamente, alla formazione dei docenti? Un modo di rispondere (che per qualcuno è l'unico) consiste nell'osservare semplicemente lo sviluppo storico che ha portato al costituirsi dell'attuale teoria delle categorie e nella sua origine diretta nella pratica matematica. Per quanto importante, credo ancora che questo solo punto di vista possa portare ad ambiguità e incomprensioni, e non solo per la didattica: accanto al carattere di necessità storica delle teorie scientifiche, mi pare che il costituirsi di una disciplina non fissi automaticamente le regole della sua utilizzazione, né del suo inserimento in un contesto pre-esistente e la conseguente accettazione del suo sviluppo come inevitabile. Occorre piuttosto domandarsi che cosa c'è di così specifico e allo stesso tempo generale nella teoria delle categorie da renderla idonea a mettere in luce gli aspetti profondi di numerosi settori della matematica. Tutto ha origine, nella mia opinione, da una nuova e diversa consapevolezza della necessità di un contatto diretto con l'attività scientifica (opportunamente il titolo del libro di Mac Lane sulle categorie sottolinea proprio il "lavoro matematico" (4)). Questa sorta di "origine nella pratica" si manifesta in primo luogo col tentativo di generalizzare le nozioni classiche: la ricerca di generalità in fondo tende a valutare quanto le nozioni siano estendibili o meno ad altri campi di attività e favorisce la formazione di un linguaggio unitario: secondo un criterio di ricerca che Enriques fa risalire ad Abel per cui "porre i problemi nell'aspetto più generale favorisce la scoperta della loro vera natura", ma con la coscienza, ben espressa dallo stesso Enriques e sicuramente di grande attualità nelle ricerche categoriali, per cui "ad ogni problema compete un proprio livello di generalità" (5).



Forse in modo semplificato, mi sembra che le idee che riflettono aspetti invarianti, e le strutture che ricorrono in molti casi, siano i migliori candidati a porsi come elementi fondanti di una teoria. A questo proposito, mi piace citare un'osservazione di Atiyah, contenuta in un articolo dedicato all'insegnamento (6): " sono solo gli aspetti generali dello sviluppo matematico che dovrebbero influenzare l'insegnamento della materia".

Ma c'è altro. Accanto a questa "origine nella pratica", bisogna tener conto di una progressiva liberazione da assunzioni aprioristiche ed ambienti di riferimento che fondano le ricerche esternamente e quasi indipendentemente dalle proprietà degli oggetti sotto indagine: la logica delle ricerche categoriali si sviluppa e modifica per così dire nello stesso processo, in modo intrinseco rispetto ai dati.

A proposito di queste assunzioni a priori, estranee alla reale tensione che la pratica scientifica presenta nel suo operare, osserva Mangione (7): "Il filone di ricerca che per certi aspetti manifesta più di altri questo carattere di non apriorismo e di contatto diretto con la pratica scientifica è dato dall'approccio alla logica e ai fondamenti della matematica iniziato con i lavori di F.W. Lawvere attorno alla metà degli anni sessanta. Il suo 'programma' ... prende le mosse dalla teoria delle categorie e dagli sviluppi recenti della geometria algebrica per giungere a una ristrutturazione profonda dell'analisi logica dei fondamenti della matematica".

Com'è noto, la teoria delle categorie è nata ufficialmente con l'articolo già menzionato di Eilenberg e Mac Lane del 1945, intitolato "Teoria generale delle equivalenze naturali" (8). Da allora, ha pervaso sempre maggiormente l'attività dei matematici fino a diventare, come si è detto, in molti casi, almeno un linguaggio comune e unificante di fenomeni diversi. Ma contemporaneamente si è arricchita di nuovi principi (tipicamente l'attenzione ai processi "universali") e nuove nozioni, spesso originate dalla ricerca di quello che nella matematica è essenziale rispetto a quello che, in un dato momento, è secondario. Questa consapevolezza è presente già nell'articolo originario. Scrivono Eilenberg e Mac Lane: "...la nostra teoria fornisce concetti generali applicabili a tutti i settori della matematica astratta e contribuisce quindi alla tendenza rivolta a una trattazione uniforme di discipline matematiche diverse". E più avanti: "Tutto questo può essere riguardato come una continuazione del programma di Erlangen di Klein, nel senso che uno spazio geometrico col suo gruppo di trasformazioni viene generalizzato a una categoria con la sua algebra delle applicazioni".

Ecco, col programma di Erlangen siamo tornati in qualche modo a un momento cruciale della riflessione didattica. In questa nuova prospettiva, la formazione categoriale risulta centrale, in quanto costituisce la base di un nuovo collegamento, che garantisce ai concetti matematici una portata sufficientemente generale e attuale, semplice ma non banale e aderente ai problemi originari. Chiaramente si tratta di una conclusione semplificata. Tuttavia mi pare che abbia anche il vantaggio di accostare proficuamente il problema della didattica alla ricerca e allo studio delle idee fondamentali, insieme alla loro variabilità nei diversi contesti, fornendo in questo modo delle "alternative fondazionali". Credo che questo modo di concepire e trattare criticamente la matematica elementare possa trovare un utile riflesso nella formazione dei docenti.

## NOTE

(1) F.W. Lawvere and S.H. Schanuel (with Lecture Notes by Emilio Faro), *Conceptual Mathematics I*, University of Buffalo, September 1990.

(2) Z. Grigowska, *Cenni di didattica della matematica*, Quaderno UMI n. 12, Pitagora Editrice 1979 (edizione originale polacca del 1969).

(3) F. Enriques, *Questioni riguardanti la geometria elementare*, *Collectanea*, 1900; essenzialmente gli stessi giudizi sono ripresi in "Questioni riguardanti le matematiche elementari", Bologna 1926.

(4) S. Mac Lane, *Categories for the working mathematician*, Springer 1971 (trad. it. "Categorie nella pratica matematica, Boringhieri 1977).

(5) F. Enriques e O. Chisini, *Teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche*, (Prefazione), Zanichelli 1915.

(6) M.F. Atiyah, *Tendenze in matematica*, in "La didattica della matematica oggi. Problemi, ricerche, orientamenti", a cura di C. Sitia, Quaderno UMI n. 10, Pitagora Editrice 1979, pp. 75-90.

(7) C. Mangione, *La logica nel ventesimo secolo (II)*, in "Storia del pensiero filosofico e scientifico" (vol. 7) di L. Geymonat, Garzanti 1972, pp. 523-653.

(8) S. Eilenberg and S. Mac Lane, *General theory of natural equivalences*, *Trans. Am. Math. Soc.* 58 (1945), 231-294

---

NdR *I testi scelti sono reimpaginati da l-cfm8f.txt* <http://users.mat.unimi.it/users/lucchini/cfms3c1.htm>

Alleghiamo un testo di F. Enriques, da *Periodico di Matematiche*, 1927, Archivio storico:

[La Riforma Gentile e l'insegnamento della matematica e della fisica nella Scuola Media.](#)

Settembre 2017