

31-10-12

## CARLO FELICE MANARA

Novara 1916 – Milano 2011

1. Carlo Felice Manara si è spento nel 2011 a 95 anni dopo una vita personale, familiare e professionale fatta di impegno, di rigore e di serietà ispirato da un cristianesimo e cattolicesimo integrale ma non clericale, vissuto ma non esibito né utilizzato per distinguere le persone stimabili da quelle non stimabili, per chiedere o per concedere privilegi. Nel suo vivere sociale e accademico egli era portatore di quel cristianesimo civile fatto di testimonianza professionale.

Sposato nel 1942 ad una persona non meno esemplare, Margherita Munforti, che per Carlo Felice fu la colonna nell'impegno pesante di crescere una famiglia di sette figli (dai quali origina una discendenza di 16 nipoti e 27 pronipoti) e nel consentirgli quella relativa tranquillità che la ricerca scientifica richiede.

Ho potuto e voluto iniziare questa mia commemorazione da aspetti intimi e famigliari della vita di Carlo Felice e di Margherita perché dal 1961 e per 50 anni fino alla scomparsa di Carlo Felice nel 2011, ho beneficiato, con mia moglie Maria Luisa, della loro amicizia, ben oltre il rapporto scientifico con Carlo Felice.

2. Tratterò adesso di alcuni aspetti di Manara scienziato ed accademico senza tracciare né una sua biografia né una riflessione sui suoi

contributi di geometria, che saranno presentati da Lanteri, né su quelli di economia matematica, di cui tratterà Nicola. Su questi ultimi aspetti ho scritto due saggi, uno nel 1988 e uno nel 1991, ai quali rinvio<sup>1</sup>.

Parlerò invece di due aspetti di Manara: quello di maestro e quello di uomo di cultura.

3. Un Maestro è tale se stabilisce con i discepoli una consonanza di fiducia fondata sulla ragione scientifica e sulla convinzione personale. Non è necessaria la confidenza che anzi può essere inopportuna. La confidenza arriverà dopo molti anni quando il Maestro valuterà se l'allievo sia diventato suo davvero collega.

Manara è stato uno dei miei maestri per 50 anni ed è rimasto tale anche quando tra noi si era creato un profondo affetto e una grande confidenza, oserei dire fraterna malgrado i 20 anni che ci separavano. La ragione di questo sentire è dovuta alla mia ammirazione verso di Lui che tale rimase ed ancora si accrebbe quando la sua salute declinava ed i limiti all'esercizio della sua penetrante intelligenza aumentavano. La sua serena consapevolezza che si avvicinava la fine era anche chiara sofferenza di non poter più esercitare la riflessione scientifica che l'aveva appassionato per tutta la vita. Così l'ho sentito negli ultimi anni di vita nei quali mai perdettero la lucidità, curiosità e dignità.

---

<sup>1</sup> Precisamente: *Carlo Felice Manara su economia e matematica*, in: AA.VV. 'Rendiconti del seminario matematico di Brescia - saggi in onore di Carlo Felice Manara', Vita e Pensiero, Milano, 1988; [Presentazione del volume "Studi In Onore Di Carlo Felice Manara"](#), in: 'Rendiconti' (Adunanza del 9.3.1989), Vol. 123, Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere, Milano, 1991, pp. 55-66. (\*) Il saggio è riportato in coda al testo. (N. d. R.)

La magistralità di Carlo Felice era fondata su tre caratteristiche congiunte: il fascino della sua competenza scientifica e quello della sua cultura che si univano alla disponibilità nell'insegnare con dedizione.

A rappresentazione di queste sue caratteristiche ho trovato molto efficace la motivazione con la quale nel 1986 la Facoltà di Filosofia della Università Cattolica gli conferì la laurea Honoris Causa in filosofia.

*"Numerosissimi ma soprattutto perspicui, profondi e originali, sono gli scritti di Manara, profusi al servizio della cultura senza aggettivi, ossia in nome della persona spirituale e dei suoi diritti e doveri.*

*Il carattere fondativo delle ricerche condotte nel campo della geometria e della matematica ha portato l'interesse di Carlo Felice Manara anche sul versante della filosofia, coltivata con particolare attenzione ai testi di Tommaso. Inoltre, appassionati non meno che equilibrati e documentati, sono i suoi interventi per la dignità e la efficienza della scuola. In questo senso sembra di poter dire che la più ampia e meditata gratificazione per Carlo Felice Manara sia il riconoscergli il titolo socratico di Filosofo".*

4. Questa sua impostazione caratterizza anche i suoi rapporti con gli economisti, professione alla quale appartengo. Manara non si spinse a "sopraffare" ,con la sua competenza matematica e geometrica, gli economisti con i quali collaborò a lungo. Avrebbe potuto farlo ma non lo fece per le convinzioni che passo ad illustrare e non per rapporti di buon vicinato.

Infatti per Carlo Felice ogni scienza nel cercare la propria verità deve seguire i suoi metodi per arrivare a certezze che variano da scienza a scienza. Così la certezza della conoscenza che ci dà una dimostrazione matematica è diversa dalla certezza con cui possiamo raggiungere la

verità nella storia, nell'economia e nelle scienze umanistiche in generale. Per questo sarebbe improprio se non sbagliato ritenere che il metodo matematico applicato all'economia conferisca a questa scienza le certezze della matematica. Dalla stessa si può trarre infatti più rigore di procedimento e di ragionamento ma non un cambiamento dell'oggetto e del metodo dell'economia che ha a che fare con la difficile prevedibilità dei comportamenti individuali e collettivi.

Per questo Carlo Felice usava soprattutto nel trattare di fenomeni economici, lo spirito metodologico dell'economia assai prima dell'apparato matematico. Egli affermava che bisognava usare sia l' "*esprit de finesse*" sia i criteri di "*adeguatezza*" parlando di teorie più o meno adeguate piuttosto che di teorie "*giuste*" o "*sbagliate*". Manara era un profondo osservatore della realtà economica e sociale, anche dal punto di vista storico, dalla quale traeva la basi per costruire e modificare i modelli nei quali si è cimentato.

Una volta mi disse che vi erano tre possibili rapporti tra matematica ed economia ed interpretando la sua valutazione ne dedussi che ci sono tre tipi di studiosi dedicati a questa combinazione scientifica: quelli che considerano la matematica inutile e dannosa (gli scettici); quelli che la considerano utile ma difficile e inaccessibile (i rinunciatari); quelli che la considerano tanto migliore quanto più difficile (i confusionari). Sono invece nel giusto gli economisti (gli equilibrati) che ricercano ed apprezzano, anche quando non la usano direttamente, la *matematica adeguata*. Tra gli allievi economisti di Manara questa è stata la scelta.

In questo credo che Carlo Felice avesse anche il vantaggio del geometra. Infatti prima di passare ad una trattazione di calcolo di un

problema economico egli diceva, se ben ricordo, che bisognava "guardarlo ed immaginalo".

5. Manara è stato infine un maestro con una personalità forte. La sua intelligenza e la sua tenacia nelle idee, la sua acuta ironia l'hanno reso un personaggio a volte non comodo, come d'altronde tutti i veri maestri. E queste sue qualità non gli hanno garantito una vita facile. D'altronde Egli non ha mai cercato un successo d'immagine o di facili amicizie in quello che potrebbe definirsi superficialmente mondano. Ne ha mai cercato il consenso seguendo le mode di pseudo intellettuali. Chi lo conobbe può testimoniare. Ma anche chi non lo conobbe può rendersene conto leggendo i suoi scritti sui temi più ampi di metodologia della scienza, su scienza e società, su problemi di etica, sul ruolo di un educatore.

Il suo vero impegno e risultato, oltre che nella produzione scientifica, consistette nell'essere stato per molti un punto di riferimento etico, scientifico, di stile accademico. Lo è stato per molti, lo è stato e lo è per me ed è per questo che non lo dimenticherò.

Presentazione del volume "Studi In Onore Di Carlo Felice Manara",  
in: 'Rendiconti' (Adunanza del 9.3.1989), Vol. 123, Istituto  
Lombardo Accademia di Scienze e Lettere, Milano, 1991, pp. 55-66.

## PRESENTAZIONE DI LIBRI

*Adunanza del 9 marzo 1989*

Il s. c. ALBERTO QUADRIO CURZIO presenta il volume "*Studi in onore di Carlo Felice Manara*".

### *1. Tre momenti: metodologico, didattico, scientifico*

Carlo Felice Manara si è interessato della complementarietà tra matematica ed economia, e quindi di matematica ed economia, per circa un trentennio. Pur non avendo egli mai considerato questo comparto della sua attività di ricerca come principale, notevoli sono i suoi contributi, sia scritti che orali. Chi scrive conosce, come altri, il contributo di Manara al tema matematica-economia da almeno venticinque anni e si propone di poter dare una testimonianza utile e talora fondata forse su episodi poco noti.

La collaborazione con gli economisti è stata un punto costante dell'attività di Manara nel campo matematica-economia.

Egli ha svolto un ruolo di metodologo per molti economisti: per quelli con l'entusiasmo del neofita delle matematiche; per quelli con lo scetticismo di chi guarda ai fenomeni economici con la lentezza della storia.

Si può dire che Manara ha dedicato molta parte del suo tempo, nel mondo degli economisti, a svolgere questo compito.

Tre sono i momenti che, in parallelo, hanno caratterizzato tutta l'opera di Manara su matematica-economia:

- a) i contributi sul metodo;
- b) i contributi didattici;
- c) i contributi scientifici.

### *2. L'impostazione metodologica*

I contributi specifici e gli scritti sul metodo di Manara sono due: il primo è del 1967; il secondo è del 1986.

Su questi ci soffermiamo, dopo aver ricordato che anche in tutto il suo lavoro didattico, sia scritto che orale, Manara si è sempre attenuto ai criteri di cooperazione tra matematica e scienze economiche (e finanziarie) e tra matematica e scienze sociali. Manara non è dunque partito all'attacco del territorio degli economisti armato della sua straordinaria *strumentazione tecnica* in campo matematico ma riferendosi a dei *principi* di collaborazione.

Dice Manara: “La economia è una dottrina difficile, perché riguarda il comportamento di soggetti umani, per la intricatezza degli influssi e delle interdipendenze, per la presenza della libertà umana, che spesso rende vane anche le previsioni più accurate e sagaci. In presenza di queste difficoltà pensiamo quindi che lo spirito metodologico di chiarezza e rigore portato dall'impiego della matematica, possa essere di grande utilità per i costruttori di teorie economiche e per gli utilizzatori di queste” (1986, p. 185).

A questa osservazione c'è poco da aggiungere: economia dottrina difficile; spirito metodologico della matematica.

Muovendo da questo presupposto, Manara esamina le obiezioni che vengono rivolte all'uso della matematica in economia e discute di che cosa significhi spirito della matematica.

La prima obiezione è che molti fenomeni economici non sono misurabili in senso cardinale e talvolta neppure ordinabili: le rappresentazioni della matematica lascerebbero perciò sfuggire parti importanti della realtà economica risultando così spesso inutili quando non fuorvianti.

La seconda obiezione, in parte sovrapposta alla prima, è che la matematica si limiterebbe a studiare fenomeni misurabili.

La terza obiezione è che, anche laddove la matematica può davvero essere usata come strumento quantitativo, la debolezza dei dati statistici la renderebbe non utile.

La quarta obiezione, o meglio opinione di scetticismo deriva da un mal uso della matematica in economia: l'uso di teorie e modelli troppo raffinati per poter essere utili all'economia.

Manara conosce e non sottovaluta queste obiezioni ed alle stesse risponde indicando una corretta concezione d'uso della matematica in economia come segue.

Il punto di partenza è, secondo la mia riflessione su Manara, il richiamo allo spirito metodologico della matematica che egli afferma sia con le parole di Pasca sullo “esprit de finesse” sia con quelle di Poincaré sul parlare di teorie più o meno adeguate piuttosto che di teorie “giuste” o “sbagliate”.

Su questi temi Manara così si esprime: “Noi pensiamo che le costruzioni concettuali delle teorie economiche... potrebbero essere giudicate con i criteri di adeguatezza di cui parlava Poincaré, senza presunzione di valutarne la ‘verità’ assoluta. In altre parole noi pensiamo che soltanto un certo ‘esprit de finesse’ permetta di scegliere l'ordine di approssimazione adeguato alle informazioni che si cercano ed a quelle che si posseggono in partenza, e permetta di apprezzare la validità delle deduzioni nella loro estensione e nella loro precisione” (1986, p. 183).

Questa premessa serve a tre categorie di economisti: quelli che considerano la matematica inutile e dannosa (gli scettici); quelli che la considerano inaccessibile (i complessati di inferiorità); quelli che la considerano discriminante e tanto migliore quanto più difficile (i complessati di superiorità).

Sono invece nel giusto gli economisti che ricercano ed apprezzano, anche quando non la usano direttamente, la *matematica adeguata*.

Su questa base Manara richiama, negli articoli citati ed in tutte le sue attività su matematica-economia, tre aspetti della matematica.

L'aspetto di linguaggio e di codificazione: uso di simboli artificiali, leggi sintattiche di questi simboli, informazioni espresse senza sbavature concettuali.

L'aspetto delle deduzioni rigorose ed impeccabili che la matematica consente attraverso il ricondurre la deduzione a manovre di simboli e calcolo (il che non è necessariamente di quantità numeriche).

L'aspetto, più importante, dello spirito e del metodo: “a questo proposito vorremmo ricordare la evoluzione critica che la Matematica ha vissuto nel secolo scorso, evoluzione che ha condotto questa scienza alla adozione del cosiddetto ‘metodo assiomatico’. E con questo termine non si intende affatto indicare la imposizione al prossimo delle proprie idee e dei propri punti di vista, come se fossero degli assiomi indiscutibili, ma semplicemente la coscienza del fatto che è necessario strutturare ogni teoria scientifica su certe basi metodologiche: anzitutto fare un inventario completo ed esplicito dei termini primitivi; in secondo luogo fare un elenco completo delle proposizioni primitive” (1986, p. 184).

Il metodo assiomatico richiede una analisi accurata e rigorosa di tutti i punti di partenza ed è questo ciò su cui si deve e si può disputare. Poi la deduzione - se corretta - è unica.

Su queste premesse di metodo, e cioè il significato di matematicizzazione della scienza e la elaborazione critica della stessa matematica, Manara ha collaborato con gli economisti.

### *3. Il contributo alla didattica*

Manara ha tenuto corsi universitari in discipline matematiche per le scienze economiche e sociali (matematica generale, matematica finanziaria e attuariale, matematica economica, logica) quasi ininterrottamente dal 1956. Egli ha impartito tali insegnamenti alla Università Cattolica di Milano (Facoltà di Economia e Commercio e Facoltà di Scienze Politiche), alla Facoltà di Scienze della Università di Milano, alla Facoltà di Scienze Politiche della Università di Bologna.

Suo merito è di aver favorito l'istituzione dell'insegnamento di Economia Matematica alla Cattolica e quello di Matematica Economica alla Statale di Milano, corsi attualmente tenuti da Pier Carlo Nicola.

L'opera didattica di Manara non solo ha dato vigore a generazioni di studenti "economisti" ma ha cooperato ad indirizzare alla ricerca anche vari di questi, ora docenti universitari.

Sia nell'insegnamento che nella elaborazione di manuali, Manara ha aggiunto alla sua enorme competenza tecnica due criteri orientativi:

- continuo richiamo ai principi che devono regolare l'applicazione della matematica alle scienze economiche;
- rigorosa delimitazione dei temi per evitare di scrivere troppo su tutto; quindi nessun manuale onnicomprensivo e nessun manuale inaccessibile.

A questo proposito non possiamo esimerci dal richiamare quanto Manara e Canetta scrivono nella introduzione a *Elementi di matematica finanziaria e attuariale* (1984): "Il nostro insegnamento vorrebbe proporsi: dare un maneggio sicuro del linguaggio matematico e delle sue tecniche, nel contempo allenare all'impiego dello strumento matematico e alla sua critica costante, e al controllo continuo del suo significato e dei suoi limiti; mirare, in una parola, alla formazione scientifica, conferendo alla nostra trattazione un carattere tale che l'insieme delle tecniche e dei metodi esposti diventi un accrescimento culturale di colui che li adotta.

In particolare riteniamo che l'applicazione dei metodi matematici alla finanza, che porta all'insieme di teorie e tecniche chiamate abitualmente appunto matematica finanziaria ed attuariale, sia abbastanza interessante per le riflessioni che può provocare, il cui valore ha una portata ben maggiore di quella che si potrebbe presumere a prima vista.

Si può per esempio osservare che nella matematica finanziaria le grandezze (tempo e quantità di denaro) sono discrete e dovrebbero a prima vista essere rappresentate da numeri interi, mentre lo schema della continuità viene abitualmente adottato, insieme con le tecniche dell'analisi matematica.

Questa circostanza può dare occasione ad utili confronti tra l'impiego ragionevole dei metodi matematici ed una illusoria precisione matematica che viene spesso vanamente cercata e ingiustamente vantata: il primo non può escludere l'errore nelle approssimazioni, ma permette di rendersene conto e di dominarlo nei limiti del possibile. La seconda è spesso soltanto un artificio contabile che nulla ha di scientifico, ma ha soltanto un significato convenzionale, come avviene per esempio per i dati che compaiono in certi bilanci, che figurano precisi fino alla lira su migliaia di miliardi, e che sono puramente illusori e fittizi dal punto di vista della vera precisione matematica" (1984, p. 5).

A ciò si aggiunga il criterio della gradualità nell'insegnamento e la distinzione tra l'indispensabile, il

necessario, e l'opportuno: "... perché riteniamo che uno dei mezzi per conseguire dei risultati scientificamente apprezzabili sia di circoscrivere bene il proprio oggetto e di non pretendere di poter applicare determinati metodi al di fuori dei campi per i quali essi sono stati concepiti" (1984, p. 6).

Tra i contributi didattici di Manara il recente *Appunti di Logica Elementare* (1984) è un nuovo servizio a chi si interessa di scienze sociali e politiche. Per questo ci sia consentita una particolare attenzione allo stesso.

Nell'introdurre il proprio piano di lavoro al lettore, Manara offre profonde considerazioni di metodo circa i confini delle diverse discipline ed il ruolo del ragionamento logico nell'approccio scientifico: "Esula dai nostri scopi il dare qui una descrizione completa, una analisi esauriente ed una classificazione di tutte le scienze; ci limitiamo ad osservare che ognuna di esse, nel cercare la verità secondo i propri metodi, mira al possesso certo di questa verità, e che questa certezza può avere vari gradi, a seconda delle varie scienze e dei loro oggetti; la certezza della conoscenza che ci dà una dimostrazione matematica è ovviamente diversa dalla certezza con cui possiamo raggiungere la verità nella Storia. Ci pare tuttavia di poter dire che ogni scienza raggiunge il proprio grado di certezza attraverso un procedimento che tende alla spiegazione, alla motivazione delle cose che ci appaiono. In altre parole, noi pensiamo che la pura elencazione di fatti, anche accertati, la pura raccolta di quelli che si chiamano anche 'protocolli' (cioè di informazioni del tipo "L'osservatore tal dei tali ha visto, nel tale istante e nel tale luogo il tale fenomeno") non è ancora qualificabile come conoscenza scientifica: le informazioni che ci dà, per esempio, l'elenco telefonico di una città, anche se sono certe e degne di fiducia, non sono ancora qualificabili come conoscenze scientifiche. *Ci pare infatti di poter dire che una delle circostanze che costituiscono essenzialmente la conoscenza scientifica, accanto alla certezza delle informazioni, sia la motivazione, la spiegazione di esse.*

*Per ricercare tale spiegazione ogni scienza ha i suoi propri metodi;* ma crediamo che si possa affermare che ogni scienza segue una procedura che analizzeremo presto, e che ci condurrà a precisare il compito ed il significato della logica nella nostra conoscenza" (1984, pp. 9-10).

"... Possiamo concludere quindi osservando che la esattezza della descrizione è un primo grande vantaggio dell'impiego dei mezzi matematici nella rappresentazione della realtà e degli oggetti che le scienze vogliono studiare; si può tuttavia osservare che esiste un secondo grande vantaggio nell'impiego degli strumenti matematici. Invero quando si descrivono le cose mediante numeri, e le relazioni tra di esse mediante relazioni matematiche (per es. mediante equazioni, algebriche o differenziali ed altri mezzi), è possibile rendere molto sicuro e per così dire automatico il procedimento di deduzione che fa passare dalle ipotesi alle conseguenze controllabili e sperimentalmente verificabili; tale deduzione infatti, in questo caso, si riconduce ad un calcolo, cioè all'applicazione delle leggi dell'aritmetica o in generale dell'algebra e del calcolo infinitesimale; e tale procedimento è controllabile da chiunque e ha i caratteri della più grande generalità e sicurezza...

Va osservato tuttavia che la rappresentazione della realtà mediante i simboli della matematica presuppone che si accettino in via preliminare certe proprietà della realtà che si vuole rappresentare ..." (1984, pp. 17-18).

#### 4. Il contributo alla ricerca scientifica

4.1. - Il contributo di Manara alla ricerca scientifica in economia si è svolto in tre modi:

- attraverso l'insegnamento universitario, cooperando anche ad avviare alcuni studenti alla ricerca e alla carriera universitaria;
- attraverso la grande disponibilità che egli ha sempre offerto ai suoi colleghi economisti per affrontare temi matematicamente complessi;
- attraverso gli scritti, su temi di economia. Questi sono numericamente pochi ma non perciò meno significativi. Si tratta dei lavori: *Il modello di Sraffa per la produzione congiunta di*

*merci a mezzo di merci* (1968); *Sulla introduzione di una funzione indice di utilità* (1968); *Sull'uso delle distribuzioni triangolari nei modelli di pianificazione probabilistica* (1971).

#### 4.2. *Il contributo alla produzione congiunta*

Questo articolo appare originariamente nel 1968 su "L'Industria". Nell'articolo si svolge il primo tentativo di tradurre la parte seconda del volume di Sraffa, *Produzione di merci a mezzo di merci* (1960), che riguarda la produzione congiunta (escludendo il caso con "terra" contenuto nel cap. XI del citato volume di Sraffa che da Manara non viene esaminato) in termini di algebra matriciale.

Il saggio di Manara ha rappresentato un contributo cruciale per tutta la successiva letteratura sulla produzione congiunta. Ciò è riconosciuto da tutti gli autori, anche da quelli che non concordano con lui su alcuni punti. Io aggiungerei che in termini di linguaggio e logica matematica esso rappresenta decisamente il più nitido tra i primi contributi su Sraffa; assai più di quello di Peter Newman del 1962 relativo al prodotto singolo, argomento pur meno complesso di quello della produzione congiunta.

Lo scopo del saggio di Manara è ottimamente espresso, come d'usuale, dall'autore stesso: "L'analisi che qui svolgiamo appare quindi non del tutto inutile; e ciò non soltanto per lo scopo a cui accenna argutamente P. Newman nell'opera citata, e cioè al fine di "tradurre l'opera di Sraffa nel dialetto walrasiano, molto più usato, della economia matematica", ma anche e soprattutto per analizzare le basi logiche della trattazione di Sraffa e *tentare la enunciazione di ipotesi sotto le quali il suo modello appare accettabile; tali ipotesi non sempre sono chiaramente ed esplicitamente presentate da Sraffa, forse perché - per l'uso molto limitato del linguaggio matematico che egli fa - si ritiene dispensato dall'enunciazione precisa delle condizioni sotto le quali le relazioni che egli scrive e le argomentazioni che svolge possano avere senso*".

Ma, oltre alla nitida elaborazione formale, Manara aggiunge originali contributi. In particolare il saggio di Manara deve la sua importanza al fatto di essere, come detto, la prima analisi matematica degli schemi sraffiani di produzione congiunta (escludendo il caso "terra").

Manara mostra chiaramente che una estensione dei risultati ottenuti per il caso di industrie a prodotto singolo (considerato da P. Newman) al caso di produzione congiunta non è praticabile.

In particolare Manara mostra:

- 1) che i sistemi vitali possono presentare prezzi negativi. In altri termini si tratta della "accettabilità" del sistema dei prezzi;
- 2) che il sistema tipo può non esistere (se l'equazione caratteristica non ha soluzioni reali). In altri termini si tratta della possibilità di "identificare" il sistema tipo;
- 3) che, nella trasformazione che consente di individuare le merci base e non base nel caso generale di produzione congiunta, i coefficienti di lavoro possono diventare negativi. In altri termini si tratta della "distinzione" tra prodotti base e prodotti non base.

Complessivamente il contributo di Manara ha chiarito che la difficoltà ad ottenere soluzioni con significato economico dagli schemi generali di produzione congiunta non era imputabile a carenze degli strumenti di analisi matematica, ma era piuttosto una caratteristica congenita di quegli schemi.

Ciò spiega - come già detto - perché nella letteratura i più interessanti risultati corrispondono a casi particolari di produzione congiunta, individuabili secondo due criteri operativi: quello economico e quello matematico.

I casi particolari di interesse economico sono quelli dei mezzi di produzione durevoli (macchine). Quanto al criterio matematico esso porta ad analizzare particolari strutture matriciali capaci di dar luogo a soluzioni con caratteristiche analoghe a quelle della produzione singola.

Solo più recentemente si è andata alimentando una impostazione (da alcuni definita filoneoclassica) che tende ad analizzare questi schemi secondo l'ottica della scelta dei metodi di produzione più convenienti da una tecnologia data secondo i tradizionali metodi di ottimizzazione matematica.

A nostro parere una svolta in questo settore di studi è consistita nel comprendere le ragioni di risultati economicamente scomodi (come i prezzi negativi) piuttosto che nel tentativo di escludere a priori la possibile manifestazione.

In questo senso ci sembra trovi conferma l'impostazione originaria di Manara che, considerando "legittime" soluzioni alle quali era difficile attribuire un significato economico, lasciava agli economisti il compito di darne una valutazione.

#### 4.3. *Sulla introduzione di una funzione indice di utilità*

Scopo di questo articolo è la costruzione di una funzione indice di utilità; questa costruzione richiede l'enunciazione di un sistema di assiomi.

Gli assiomi posti alla base sono sufficienti per poter dimostrare l'esistenza di una funzione di utilità e la sua continuità. In questo caso quindi per dimostrare l'esistenza di una soluzione al problema del consumatore (quando i prezzi sono strettamente positivi) è sufficiente osservare che sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Weierstrass che garantisce l'esistenza di un massimo per la funzione di utilità.

Manara conclude che la dimostrazione dell'esistenza di soluzione al problema del consumatore, ottenuta senza far ricorso all'esistenza e alla continuità della funzione di utilità, può apparire come una inutile complicazione, dato che l'esistenza e la continuità di tale funzione possono essere dimostrate se si accettano gli assiomi di base. Tale affermazione implica anche che nel caso in cui si abbandoni uno degli assiomi di base occorra procedere alla dimostrazione di esistenza per altre vie.

#### 4.4. *Sull'uso delle distribuzioni triangolari nei modelli di pianificazione probabilistica*

La costruzione di un modello matematico che spieghi l'andamento di una certa variabile partendo da informazioni incerte richiede di associare ad ogni informazione la rispettiva probabilità, cioè di ottenere una funzione di distribuzione di probabilità della variabile in oggetto.

In questo articolo Manara propone l'uso della funzione di distribuzione triangolare. Tale funzione si basa su tre parametri generalmente ottenibili in modo poco dispendioso. Questi tre parametri sono:

- un limite inferiore al valore atteso che indichiamo con  $a$ ;
- un limite superiore al valore atteso che indichiamo con  $b$ ;
- il valore più probabile che indichiamo con  $m$ .

È evidente che un'infinità di funzioni di distribuzione di probabilità possono essere ottenute dalle precedenti informazioni. Manara sottolinea che il vantaggio della funzione da lui proposta è essenzialmente quello di evitare le obiezioni a cui la scelta di altre funzioni, come ad esempio la

funzione beta, si presterebbe.

La funzione di distribuzione triangolare è costruita in modo da associare probabilità nulla ai valori non compresi nell'intervallo (a, b), e probabilità massima al valore più probabile. Inoltre si suppone che la funzione di probabilità cresca proporzionalmente al crescere del valore atteso dall'estremo inferiore al valore più probabile e decresca proporzionalmente al crescere del valore atteso dal valore più probabile all'estremo superiore.

### 5. La scomodità e il successo di un maestro

Manara è un maestro e come tale ha una personalità forte. La sua intelligenza e la sua tenacia nelle idee lo rendono un personaggio non comodo, come d'altronde tutti i veri maestri. E queste sue qualità non gli hanno certo garantito una vita facile. Egli non ha mai cercato d'altronde successo d'immagine, che potrebbe definirsi mondano, non ha mai cercato il consenso seguendo l'onda delle montanti maree delle mode di falsi intellettuali.

Chi lo conosce può testimoniare. Ma anche chi non lo conosce può rendersene conto leggendo i suoi scritti sui temi più ampi di metodologia della scienza, su scienza e società, su problemi di etica, sul ruolo di un educatore.

Tra tutte queste testimonianze mi è personalmente ricordo vivissimo la coerenza di comportamento e di opinione scritta con cui affrontò gli anni in cui era in corso una "nobile" gara per dissacrare il più possibile gli Atenei.

Per questi motivi Manara non ha mai badato al successo del momento, quello che si misura con le citazioni sui quotidiani per le quali tutti abbiamo qualche comprensibile vanità e debolezza.

Il suo vero successo, oltre che nella produzione scientifica, consiste nell'essere stato per molti un punto di riferimento morale, scientifico, di stile accademico.

## BIBLIOGRAFIA

LOMBARDINI S., MANARA C.F., *Introduzione Matematica all'Analisi Economica*, Milano 1957-58, PP- 464.

MANARA C.F., *Matematica Generale*, Milano 1961, 2<sup>a</sup> ed., pp. 631.

MANARA C.F., *Sull'impiego del metodo matematico in economia*, "Rivista Internazionale di Scienze Sociali", gennaio-febbraio, LXXV, fase. I, (1967), pp. 35-43.

MANARA C.F., *Il modello di Sraffa per la produzione congiunta di merci a mezzo di merci*, "L'industria", n. I (1968), pp. 3-18. Ripubblicato in *Contributi alla teoria della produzione congiunta*, a cura di Pasinetti L., Bologna 1977 (trad. in inglese, *Essays on the Theory of Joint Production*, Macmillan Press, 1980).

MANARA C.F., *Sulla introduzione di una funzione indice di utilità*, "Periodico di Matematiche", serie IV. vol. 46, (1968), pp. 193-217.

MANARA C.F., *Sull'uso delle distribuzioni triangolari nei modelli di pianificazione probabilistica*, "Rivista di Statistica Applicata" (1971), pp. 151-179.

MANARA C.F., *Appunti di Logica Elementare*, Milano 1984, pp. 164.

MANARA C.F., *L'economia e il metodo matematico*, "Economia Politica", Anno III, n. 2, (1986), PP- 179-186.

MANARA C.F. e CANETTA P., *Elementi di matematica finanziaria e attuariale*, Milano 1984, pp. 331.

MANARA C.F. e NICOLA P.C., *Appunti alle Lezioni di Matematica Finanziaria (Economica)*, Milano 1964-1965, pp. 325.

MANARA C.F. e NICOLA P.C., *Elementi di Economia Matematica*, Milano 1967, pp. X-308; 2<sup>a</sup> ed. 1970.