Americo Mazzotta

Carlo Felice MANARA

LA MATEMATICA NEL FUTURO LICEO CLASSICO

1 - La scienza dei somari

Nel riflettere sulla storia della matematica mi capita spesso di ricordare l'episodio del filosofo e matematico Proclo, vissuto in Alessandria d'Egitto nel V secolo della nostra era, e della sua polemica con i filosofi epicurei suoi contemporanei. Costoro sostenevano che "la geometria è una scienza inutile, perché insegna delle cose che anche i somari conoscono". Infatti - dicevano - la geometria insegna, per esempio, che un lato di un triangolo è minore della somma egli altri due; ma questo fatto è noto anche agli asini, perché nessun somaro, per andare ad un mucchio di fieno, percorre due lati di un triangolo se può limitarsi a percorrere il terzo. Dunque, concludevano gli Epicurei, la geometria è la scienza dei somari.

La risposta del matematico fu che, se ci si limita al contenuto delle informazioni, la scienza dell'uomo coincide, in questo caso, con quella del somaro. Ma la differenza essenziale sta nel fatto che l'uomo conosce il perché delle cose, e sa dimostrare con certezza che esse debbono stare in un certo modo e non possono sussistere diversamente (1). E' facile accorgersi che le argomentazioni contro cui combatteva Proclo a suo tempo appaiono stranamente simili a quelle che abbiamo ascoltato in tempi molto più vicini a noi, a proposito della nostra scuola e delle materie che vi si insegnano. Abbiamo infatti dovuto ascoltare fino alla nausea le proteste i cui contenuti erano, nella maggioranza, i seguenti: che gli insegnamenti della scuola sono astratti, troppo teorici, lontani dalla realtà e soprattutto INUTILI. E' noto che una delle prime vittime di queste proteste, fatte in nome di una utilità richiesta a tutti i costi, è stata la lingua latina: per certi rivoluzionari ad ogni costo la guerra contro il latino era soltanto una parte della guerra, più importante e seria, contro il liceo classico, giudicato "il luogo principale della riproduzione dell'ordine sociale borghese".

2 - Platone o videogiochi?

Questi pareri circolano, vengono ripetuti e squadernati, formano i cavalli di battaglia di tanti uomini politici e personaggi riformatori dilettanti; si direbbe che, per esempio, per coloro che parlano tanto frequentemente, sia assolutamente inutile sapere come e perché un sistema sociale, una struttura economica, una macchina qualunque funzionano, e quindi sia dannoso sprecare tempo e fatica per insegnare i "perché": basta ed avanza conoscere a tempo e luogo quali sono i bottoni giusti da premere per far funzionare le cose.

Per esempio ho letto qualche tempo fa un'intervista di un uomo influente e partigiano della nuova didattica; questa intervista era data in forma di dialogo tra il modernista ed il tradizionalista, il quale si doleva del fatto che i giovani preferiscono passare il loro tempo ai video-giochi piuttosto che meditando il pensiero di Platone. Rispondeva l'uomo politico altezzosamente che se il tradizionalista si fosse trovato su un aereo in difficoltà, avrebbe preferito che il pilota non avesse passato la sua gioventù a meditare sul pensiero di Platone, ma avesse sviluppato con i video-giochi l'addestramento alle decisioni pronte, rapide e efficaci nelle

manovre importanti e vincenti. E non pare che la meditazione sulle pagine di Platone conferisca un addestramento cosiffatto; e poi quel filosofo voleva che la cosa pubblica (la "res publica") fosse governata da uomini saggi e sapienti, cosa che forse spiega l'avversione che per lui aveva l'uomo politico in parola.

Opinioni come queste sono ampiamente diffuse tra le famiglie che scelgono le scuole a cui inviare i propri figli: in sintesi si potrebbe dire che a moltissimi genitori in parola interessi che la scuola addestri ad agire sulle cose più che al conoscere le loro ragioni ed i loro fondamenti.

Tempo fa, quando ci fu l'irruzione dei computer nella nostra scuola, ci fu la corsa delle famiglie all'acquisto del computer, ed alla richiesta dei corsi di informatica nella scuola, al posto delle vecchie materie giudicate inutili; una ditta di computer lanciò la parola d'ordine "chi non saprà maneggiare il computer sarà l'analfabeta del futuro"; ed è ovvio che le famiglie non vogliano che i figli siano analfabeti: li mandano a scuola proprio per evitare che restino analfabeti; e non pensano che possano, a suo tempo, diventare magari degli analfabeti di ritorno, e forse proprio a causa del tipo di istruzione che hanno ricevuto.

Oggi leggo che ci sono pressanti richieste perché si insegni la "new economy", sempre al posto delle materie giudicate inutili. Sarebbe troppo facile scommettere che ben pochi dei richiedenti conoscano il senso della espressione con cui reclamano nuovi servizi da parte della scuola, e la soppressione di quelli considerati come inutili perdite di tempo e fatica.

Tutto ciò potrebbe essere visto come un radicale cambiamento nella mentalità della società in cui viviamo, ed anche un cambiamento nel concetto di "cultura": forse quella cultura classica "di base" che la società di ieri e dell'altro ieri considerava una preparazione utile, o addirittura necessaria, per chiunque volesse accedere agli studi superiori è ormai considerata come un bagaglio inutile per i giovani; i quali invece debbono imparare presto la scienza, ed addestrarsi presto a manovrare almeno una tra le varie tecniche, che dominano il mondo di oggi. Forse la nostra società non desidera più che coloro i quali mirano ai vertici del sapere sappiano riflettere, indagare e cercare le cause profonde delle cose, dell'uomo e dell'universo; ma ai più interessa che questa civiltà di macchine sia fatta funzionare da tecnici competenti ed esperti.

Osservo che questa mentalità è coerente con le insistenti e pressanti richieste di corsi semestrali all' università: con questa espressione molti intendono dei corsi in cui si presenta un determinato capitolo di una data materia con varie lezioni settimanali e giornaliere. Siamo quindi lontani dalle università dei tempi andati, nelle quali la tradizione voleva che le lezioni di ogni corso fossero tenute a giorni alterni nella settimana; allo scopo, direi, che lo studente volonteroso avesse il tempo di rimeditare sulle nuove nozioni, di riordinare gli appunti e le proprie idee (se voleva averne), di ripensare le argomentazioni udite, e magari soppesarle criticamente, e di appropriarsi in profondità della scienza ad alto livello. Pare invece che le aspirazioni degli studenti di oggi siano quelle di ingoiare, di ingurgitare nel minor tempo possibile certe nozioni, magari con l'impegno di dimenticarle al più presto dopo superato l'esame, che si pretende quasi immediato dopo la fine del corso, così che le nozioni, ingoiate in fretta, possano essere immediatamente utilizzate e dimenticate con altrettanta fretta.

3 - Insegnare o addestrare?

Queste osservazioni, che hanno un certo aspetto di banalità, potrebbero essere applicate in particolare alla matematica ed alla didattica di questa dottrina; questa è sempre stata considerata come il paradigma delle argomentazioni rigorosamente valide, e strumento caratteristico per la conquista della certezza razionale. Tuttavia, nel suo assetto attuale, frutto di evoluzione plurisecolare, la matematica ha sviluppato in modo crescente l'impiego di simbolismi convenzionali. Non mi pare questo il luogo per analizzare questo fenomeno storico, che pure a me appare rivestire un grande interesse. Mi limito ad osservare che l'impiego di un simbolismo, convenzionale e regolato da leggi sintattiche rigidissime, attribuisce alla matematica anche l'aspetto di un linguaggio; e da qui scaturisce anche la grande utilità, per non dire addirittura la necessità, di esercizio formale. Purtroppo una certa didattica insiste talmente sull'esercizio dedicato alle leggi formali sintattiche del linguaggio da ottenere risultati forse non direttamente desiderati, ma che certo conducono in direzione diversa, se non addirittura opposta, rispetto a quella voluta.

Infatti molti soggetti, che non hanno forse molta simpatia verso il simbolismo convenzionale, vengono spesso allontanati dallo studio della dottrina, e spesso portano con sé una immagine della matematica come di dottrina astrusa ed oscura, priva di scopo e di significato. Altri forse, che hanno maggiore facilità di sbrigarsela con i funambolismi della sintassi simbolica, incontrano minori difficoltà, e forse anche si appassionano alle abilità formali; e talvolta concepiscono la convinzione che la matematica si riduca a quelle formule che essi hanno imparato a manovrare con una certa facilità e scioltezza. In ogni caso si ottiene così un' immagine distorta della matematica.

Tuttavia questa immagine è purtroppo molto diffusa, ed ispira molte correnti della didattica: una delle ultime tra queste correnti, comparsa da poco, viene chiamata "didattica breve". Sarebbe troppo lungo esporre qui tutti gli aspetti caratteristici di questa nuova moda: devo quindi limitarmi a ricordare sommariamente che, secondo questa ricetta, la matematica abitualmente presentata nelle nostre scuole, viene suddivisa in vari temi fondamentali, e questi vengono insegnati, come suol dirsi, "praticamente", insistendo cioè sulle regole pratiche di soluzioni dei vari problemi, ed evitando il più possibile di soffermarsi sulle radici logiche e teoriche.

In altre parole, con questo tipo di didattica ci si ispira alla precettistica pratica dell'addestramento alla soluzione, accettando le procedure in base alla loro efficacia, senza "perdere tempo" a giustificarle o a fondarle teoricamente: ci si limita a dire "si fa così", senza domandare troppo il perché si faccia.

A proposito di questi atteggiamento didattici mi pare opportuno citare il pensiero del compianto amico, Giovanni Melzi, con il quale ho spesso meditato sulla didattica della matematica. Scriveva Melzi (2):

Le regole del calcolo letterale sono date esclusivamente dalle proprietà formali e dalle loro prime conseguenze. Chi ha compreso il senso di queste proprietà ed ha imparato ad usarle con una certa disinvoltura dovrebbe essere ipso facto esonerato da buona parte delle sevizie che vengono inflitte ai giovani discenti della scuola media superiore per lunghi anni: somme e prodotti di monomi e polinomi, prodotti notevoli, formule di Waring e simili delizie....

Invece molti libri, purtroppo non del tutto in declino, impongono al malcapitato studente decine di esercizi graficamente sempre più ingarbugliati con il risultato (sempre osservabile) di erigere tra lui e la matematica una stretta muraglia di diffidenza e di incomprensione.

E poco sotto:

Una sciagurata tradizione scolastica, che i "nuovi" programmi tendono inconsapevolmente a consolidare anziché a rinnovare, può indurre il giovane discente a identificare la risoluzione di un'equazione con la ricerca meccanica delle soluzioni mediante pochissime formulette incomprensibili, dette pomposamente "formule risolventi". L'antidoto per evadere da questo inferno mentale è uno solo, ed è efficace nella misura in cui è cercato e riconosciuto come mezzo di autoliberazione. Consiste nel dilatare il più possibile il discorso mentale vertente sulle Premesse razionali del discorso matematico e nel riconoscere per questa via che i processi meccanici di scrittura della soluzioni non sono altro che minuscoli frammenti di un discorso didattico ben più impegnativo: quello che cerca di condurre a poco a poco il discente a vedere attraverso ogni formula il sottofondo logico o naturalistico immediatamente sottostante.

A conclusione delle parole dedicate a questo argomento vorrei citare ciò che ha scritto molto bene Hans Freudenthal (3). Nelle sue pagine il matematico olandese afferma chiaramente che il tipo di matematica che si insegna dipende essenzialmente dalla stima che si fa delle persone a cui si insegna: se esse vengono considerate delle persone libere si insegnerà una matematica da uomini liberi; altrimenti si insegnerà una matematica da schiavi.

Ed io temo purtroppo che l'insegnare le procedure risolutive in vista della loro efficacia, e senza curarsi molto delle teorie sottostanti, sia proprio un insegnare una matematica che non è da uomini liberi.

4 - Le Cenerentole della nuova scuola.

Ciò che abbiamo scritto finora ci conduce quasi spontaneamente a parlare dei progetti di riforma della scuola italiana; a parte la banale osservazione che la riforma della scuola pare voglia diventare il paradigma dei fenomeni perenni, stando alle vociferazioni ed alle voci correnti, il Liceo classico, quella che era una volta la colonna principale della scuola che si voleva formativa, pare che sia destinato ad intristire, ed a ridursi progressivamente ed inesorabilmente, fino a diventare una scuola molto ristretta, che offre pochissime possibilità di carriera nella società di oggi. Si direbbe addirittura che la fondamentale e sostanziale inutilità del Liceo classico sia diventata oggi così chiara e palese che non valga più neppure la pensa di proclamarla e di insistere sulle ovvie conseguenze.

In questo atteggiamento l'interesse suscitato dalle questioni legate alla scienza ed alla tecnica si ricollega con la problematica riguardante i contenuti degli insegnamenti della nostra scuola. Se infatti accettiamo la richiesta insistente che la scuola non si limiti a dare una formazione culturale agli adolescenti, ma si pretende che conferisca anche una preparazione scientifico-tecnica, è facile prevedere che rinasceranno le discussioni e le polemiche sui contenuti dei programmi di insegnamento. In particolare per Liceo classico, che viene da molti giudicato come il paradigma della scuola che insegna delle nozioni "inutili", si pone il problema dei contenuti dei programmi di matematica. Qualche opinione radicale vorrebbe addirittura porre il problema della esistenza dell'insegnamento della matematica in questa scuola. E' infatti capitato di leggere (in un passato non lontano) delle opinioni come la seguente: "Che senso ha pretendere la conoscenza del teorema di Pitagora da parte di un giovane, il quale ha l'intenzione di scegliere la carriera legale, e quindi non dovrà mai servirsi in tutta la sua vita professionale di queste nozioni ?"

Mi pare di poter dire che, se accettiamo argomentazioni come queste (anche se esposte in forma meno brutale, e agghindate con il linguaggio tipico dei "costruttori di opinioni", o di specialisti delle varie dottrine e sottodottrine pedagogiche) la matematica nel Liceo classico diventerà presto la Cenerentola tra le materie che ivi si studiano (o si dovrebbero studiare). E se si pensa che, nella mentalità e purtroppo nelle intenzioni di qualcuno, la trafila degli studi classici è destinata ad essere la Cenerentola degli studi della Scuola secondaria, si profila per la matematica nel Liceo classico un destino poco brillante che, espresso in linguaggio matematico, potrebbe essere descritto come quello di una "Cenerentola al quadrato ".

5 – Il riscatto di Cenerentola.

Sappiamo che, nella nota favola, la condizione di Cenerentola viene cambiata dall'intervento di esseri dotati di poteri superiori e dall'avverarsi di casi fortunati: ma non è detto che, nel caso della Cenerentola scolastica, non si possa anche ragionare, e non attendere alcuna fortuna insperata.

Penso che a questo scopo giovi qualche riflessione sulla matematica; e penso che si possa partire da una osservazione espressa da Hans Freudenthal nella sua opera già citata; osserva il matematico olandese che nella sua lingua (l'olandese appunto) il vocabolo che designa la matematica è stato coniato dal matematico Simon Stevin (latinizzato in Stevinus) ed è Wiskunde, la scienza della certezza; nome che non ha alcuna analogia col nome che essa porta nelle altre lingue, ma che bene esprime un suo carattere fondamentale.

Benché sia difficile definire la matematica con un discorso che ne rappresenti tutti gli aspetti, si potrebbe dire che uno dei suoi aspetti più importanti mi pare proprio quello che ne fa la scienza della certezza. Perfino i giornalisti sportivi cucinano dei titoli come " La tale squadra ha matematicamente lo scudetto", per indicare la certezza di un certo futuro risultato sportivo. Ma si pone ora la domanda di quale certezza si tratti, perché ovviamente non si tratta della certezza che si trae dall'esperienza sensibile: è invece la certezza intellettuale che si trae dall'argomentazione ineccepibile; certezza puramente intellettuale, che supera quella fornita dalle sensazioni e dalle immagini della fantasia.

Ora è noto che nella storia della nostra civilizzazione occidentale non vi è dubbio che l'ambiente in cui la ricerca, astratta e disinteressata, che ha fatto nascere questo tipo di certezza è quello della civiltà greca. Infatti è noto che molti popoli e molte civiltà, in Asia ed in America, hanno sviluppato nozioni di aritmetica: ma il pensiero greco, per primo nella storia di tutta l'umanità, ha costruito una matematica razionale, astratta e rigorosa.

A questo proposito riporto qui il pensiero di uno studioso straniero, che, a mio parere, esprime molto bene anche il mio pensiero. Scrive per esempio Peter R. Cromwell (4):

The characteristic of Greek mathematics, which distinguishes it from that of earlier cultures is the notion of proof. It is uncertain whether early civilisations could even formulate propositions in a general context, and there are no traces of deductive arguments being used to justify methods in any pre-Hellenic culture. In all ancient mathematics there is just a description of a process , often given as a sequence of worked exemples. The Greeks not only stated general propositions, but furnished them with rational arguments to demonstrate their validity. (pg.29).

Ed infatti l'opera dei matematici greci, primo tra tutti Euclide, costituisce un esempio mirabile di trattato scientifico: il livello intellettuale al quale vive l'opera del grande geometra è stato bene espresso dal nostro grande matematico Vito Volterra il quale scrisse al dittatore che a quei tempi dominava il nostro Paese:

" Cadono gli imperi, ma i teoremi di Euclide brillano di eterna giovinezza."

Ed occorre aggiungere che il pensiero greco non soltanto fu il terreno sul quale germogliò l'opera dei matematici, ma analizzò anche i problemi che riguardano la validità, la portata ed il significato delle procedure da loro impiegate: ed infatti già in Aristotele e poi nei matematici dell'epoca alessandrina troviamo codificate le due procedure di analisi e di sintesi che sono le strade maestre seguite dalla nostra mente per scoprire e per difendere la verità.

Penso che questi fatti, e la riflessione su di essi, possano trovare un giusto posto nella pratica didattica del Liceo classico, perché mi pare che uno dei compiti di questa scuola sia quello di educare alla conoscenza ed alla interiorizzazione dei fondamenti del pensiero astratto e rigoroso. Se non si fa questo, c'è il pericolo che qualche entusiasta sprovveduto creda davvero che l'analisi dei fondamenti del nostro modo di pensare sia una scoperta recente, e magari adotti le espressioni straniere come "top down" e "bottom up" come i segni di un progresso scientifico davanti al quale il pensiero dei classici è destinato a scomparire per sempre nell' oblio.

Ciò che precede potrebbe essere la premessa ad alcune considerazioni che riguardano le nozioni di matematica delle quali si potrebbe occupare un futuro Liceo classico: questa infatti potrebbe essere una scuola in cui lo studente sarebbe finalmente libero da quel carico di esercizi di funambolismo formale, descritto così bene dalle parole di Melzi che abbiamo citato, senza peraltro rinunciare ad esporre le idee maturate durante tutta la storia della matematica, fino ai nostri tempi. Penso quindi al futuro Liceo classico come ad una scuola in cui l'immagine della matematica come scienza astratta e codificata, chiave di lettura della realtà fisica, non venga deformata da un formalismo fine a se stesso; formalismo che viene spesso accompagnato da un addestramento insistente e pesante, che pare studiato apposta per allontanare dalla matematica anche le intelligenze migliori. Forse nel futuro Liceo classico, libero dalla preoccupazione di addestramento eccessivo si potrà finalmente insegnare una matematica da uomini liberi, secondo il pensiero di Freudenthal che abbiamo citato. E questo sarebbe il migliore riscatto di Cenerentola che ci si possa augurare.

NOTE a piè di pagina.

(1) Il Lettore può trovare ulteriori particolari sulla polemica in Thomas L. Heath. *The thirteen books Euclid's Elements.Cambridge, 1956. [Book I. Prop. 20.].*

(2) Giovanni Melzi . *Matematica generale*. Introduzione. Torino (Giappichelli), 1995.

(3) Hans Freudenthal: *Revisiting mathematical education*. China Lectures. Tradotto in italiano da Carlo Felice Manara col titolo: "Ripensando l'educazione matematica." Brescia, 1994

(4) Peter R. Cromwell. *Polyhedra*. Cambridge, 1997

NdR. *Testo reimpaginato da file*